

Pracovný list

Trojuholník – 100 príkladov

6. ročník – Trojuholník

1) Trojuholníková nerovnosť

1. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami dlhými 4 cm, 5 cm, 8 cm?
2. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami dlhými 2 cm, 3 cm, 6 cm?
3. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami dlhými 6 cm, 6 cm, 10 cm?
4. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami dlhými 1 cm, 2 cm, 4 cm?
5. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami dlhými 7 cm, 8 cm, 9 cm?
6. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami dlhými 3 cm, 4 cm, 8 cm?
7. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami dlhými 5 cm, 5 cm, 5 cm?
8. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami dlhými 2 cm, 7 cm, 10 cm?
9. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami dlhými 9 cm, 9 cm, 17 cm?
10. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami dlhými 4 cm, 4 cm, 4 cm?
11. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami dlhými 3 cm, 5 cm, 9 cm?
12. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami dlhými 6 cm, 7 cm, 13 cm?
13. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami dlhými 8 cm, 8 cm, 15 cm?
14. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami dlhými 1 cm, 4 cm, 6 cm?
15. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami dlhými 10 cm, 10 cm, 19 cm?

2) Vnútorne a vonkajšie uhly trojuholníka

a) Výpočet tretieho vnútorného uhla

16. V trojuholníku sú dva vnútorné uhly $\alpha = 50^\circ$ a $\beta = 60^\circ$. Vypočítaj tretí vnútorný uhol γ .
17. V trojuholníku sú dva vnútorné uhly $\alpha = 90^\circ$ a $\beta = 45^\circ$. Vypočítaj tretí vnútorný uhol γ .
18. V trojuholníku sú dva vnútorné uhly $\alpha = 70^\circ$ a $\beta = 70^\circ$. Vypočítaj tretí vnútorný uhol γ .
19. V trojuholníku sú dva vnútorné uhly $\alpha = 100^\circ$ a $\beta = 30^\circ$. Vypočítaj tretí vnútorný uhol γ .
20. V trojuholníku sú dva vnútorné uhly $\alpha = 35^\circ$ a $\beta = 85^\circ$. Vypočítaj tretí vnútorný uhol γ .
21. V trojuholníku sú dva vnútorné uhly $\alpha = 120^\circ$ a $\beta = 25^\circ$. Vypočítaj tretí vnútorný uhol γ .
22. V trojuholníku sú dva vnútorné uhly $\alpha = 45^\circ$ a $\beta = 45^\circ$. Vypočítaj tretí vnútorný uhol γ .
23. V trojuholníku sú dva vnútorné uhly $\alpha = 65^\circ$ a $\beta = 75^\circ$. Vypočítaj tretí vnútorný uhol γ .
24. V trojuholníku sú dva vnútorné uhly $\alpha = 150^\circ$ a $\beta = 15^\circ$. Vypočítaj tretí vnútorný uhol γ .
25. V trojuholníku sú dva vnútorné uhly $\alpha = 80^\circ$ a $\beta = 55^\circ$. Vypočítaj tretí vnútorný uhol γ .

b) Vzťah vnútorného a vonkajšieho uhla

26. Vnútorne uhly trojuholníka pri vrchoch A a B sú $\alpha = 70^\circ$, $\beta = 50^\circ$. Aká je veľkosť vonkajšieho uhla pri vrchole C?
27. Vnútorne uhly trojuholníka pri vrchoch A a B sú $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 95^\circ$. Aká je veľkosť vonkajšieho uhla pri vrchole C?
28. Vnútorne uhly trojuholníka pri vrchoch A a B sú $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 60^\circ$. Aká je veľkosť vonkajšieho uhla pri vrchole C?
29. Vnútorne uhly trojuholníka pri vrchoch A a B sú $\alpha = 110^\circ$, $\beta = 30^\circ$. Aká je veľkosť vonkajšieho uhla pri vrchole C?

30. Vnútorné uhly trojuholníka pri vrchoch A a B sú $\alpha = 80^\circ$, $\beta = 40^\circ$. Aká je veľkosť vonkajšieho uhla pri vrchole C?
31. Vnútorné uhly trojuholníka pri vrchoch A a B sú $\alpha = 55^\circ$, $\beta = 65^\circ$. Aká je veľkosť vonkajšieho uhla pri vrchole C?
32. Vnútorné uhly trojuholníka pri vrchoch A a B sú $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 40^\circ$. Aká je veľkosť vonkajšieho uhla pri vrchole C?
33. Vnútorné uhly trojuholníka pri vrchoch A a B sú $\alpha = 35^\circ$, $\beta = 105^\circ$. Aká je veľkosť vonkajšieho uhla pri vrchole C?
34. Vnútorné uhly trojuholníka pri vrchoch A a B sú $\alpha = 72^\circ$, $\beta = 48^\circ$. Aká je veľkosť vonkajšieho uhla pri vrchole C?
35. Vnútorné uhly trojuholníka pri vrchoch A a B sú $\alpha = 100^\circ$, $\beta = 20^\circ$. Aká je veľkosť vonkajšieho uhla pri vrchole C?

3) Výška trojuholníka

36. Koľko výšok má každý trojuholník?
37. Čo je to výška trojuholníka?
38. Ako sa nazýva bod, v ktorom sa pretínajú všetky tri výšky trojuholníka?
39. Ako sa nazýva pätný bod výšky na strane trojuholníka?
40. Kde leží priesečník výšok v ostrouhlom trojuholníku?
41. Kde leží priesečník výšok v tupouhlom trojuholníku?
42. Kde leží priesečník výšok v pravouhlom trojuholníku?
43. V pravouhlom trojuholníku sú dve výšky totožné so stranami trojuholníka. Ktoré strany to sú?
44. Prečo môže päta výšky ležať aj mimo úsečky, ktorá tvorí stranu trojuholníka (napr. v tupouhlom trojuholníku)?
45. Ako by si narysoval výšku z vrcholu A na stranu BC v trojuholníku ABC?

4) Rozdelenie trojuholníkov podľa dĺžky strán

46. Trojuholník má strany dlhé 6 cm, 6 cm, 6 cm. Aký je to trojuholník podľa dĺžky strán?
47. Trojuholník má strany dlhé 5 cm, 5 cm, 8 cm. Aký je to trojuholník podľa dĺžky strán?
48. Trojuholník má strany dlhé 4 cm, 6 cm, 7 cm. Aký je to trojuholník podľa dĺžky strán?
49. Trojuholník má strany dlhé 9 cm, 9 cm, 9 cm. Aký je to trojuholník podľa dĺžky strán?
50. Trojuholník má strany dlhé 7 cm, 7 cm, 10 cm. Aký je to trojuholník podľa dĺžky strán?
51. Trojuholník má strany dlhé 3 cm, 5 cm, 6 cm. Aký je to trojuholník podľa dĺžky strán?
52. Trojuholník má strany dlhé 8 cm, 8 cm, 8 cm. Aký je to trojuholník podľa dĺžky strán?
53. Trojuholník má strany dlhé 5 cm, 5 cm, 7 cm. Aký je to trojuholník podľa dĺžky strán?
54. Trojuholník má strany dlhé 6 cm, 8 cm, 9 cm. Aký je to trojuholník podľa dĺžky strán?
55. Trojuholník má strany dlhé 10 cm, 10 cm, 10 cm. Aký je to trojuholník podľa dĺžky strán?

5) Konštrukcie trojuholníka – vety sss, sus, usu

56. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami $a = 5$ cm, $b = 6$ cm, $c = 7$ cm postupom sss?
57. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 9$ cm postupom sss?
58. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami $a = 8$ cm, $b = 8$ cm, $c = 8$ cm postupom sss?
59. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami $a = 2$ cm, $b = 5$ cm, $c = 8$ cm postupom sss?
60. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami $a = 6$ cm, $b = 9$ cm, $c = 12$ cm postupom sss?

61. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami $a = 4\text{ cm}$, $b = 4\text{ cm}$, $c = 9\text{ cm}$ postupom sss?
62. Aké údaje potrebujeme poznať na zostrojenie trojuholníka postupom sss?
63. Aké údaje potrebujeme poznať na zostrojenie trojuholníka postupom sus?
64. Aké údaje potrebujeme poznať na zostrojenie trojuholníka postupom usu?
65. Čo znamená skratka sss v konštrukcii trojuholníka?
66. Čo znamená skratka sus v konštrukcii trojuholníka?
67. Čo znamená skratka usu v konštrukcii trojuholníka?
68. Opíš prvý krok pri konštrukcii trojuholníka postupom sss (strany a , b , c).
69. Ako pri konštrukcii sss nájdeme tretí vrchol trojuholníka (napr. C), keď už máme úsečku AB ?
70. Opíš postup konštrukcie trojuholníka sus, ak poznáme strany a , b a uhol γ medzi nimi.
71. Opíš postup konštrukcie trojuholníka usu, ak poznáme stranu c a uhly α , β priľahlé k nej.
72. Poznáme dve strany trojuholníka a uhol medzi nimi. Ktorú konštrukčnú vetu použijeme?
73. Poznáme všetky tri strany trojuholníka. Ktorú konštrukčnú vetu použijeme?
74. Poznáme jednu stranu a dva uhly k nej priľahlé. Ktorú konštrukčnú vetu použijeme?
75. Prečo pred konštrukciou trojuholníka odporúčame najprv narysovať jeho náčrt?

6) Rovnoramenný a rovnostranný trojuholník

76. Aké vlastnosti má rovnoramenný trojuholník? (strany a uhly)
77. Ako sa nazýva strana rovnoramenného trojuholníka, ktorá nie je ramenom?
78. Ako sa nazýva vrchol rovnoramenného trojuholníka, v ktorom sa stretávajú obe ramená?
79. Rovnoramenný trojuholník má uhol pri hlavnom vrchole 40° . Aké sú veľkosti uhlov pri základni?
80. Rovnoramenný trojuholník má uhol pri základni 65° . Aký je uhol pri hlavnom vrchole?
81. Aké vlastnosti má rovnostranný trojuholník? (strany a uhly)
82. Prečo má rovnostranný trojuholník každý vnútorný uhol práve 60° ?
83. Je rovnostranný trojuholník zároveň aj rovnoramenný? Vysvetli.
84. Rovnoramenný trojuholník má základňu 8 cm a rameno 5 cm . Aký je jeho obvod?
85. Rovnostranný trojuholník má obvod 27 cm . Aká je dĺžka jeho strany?

7) Projekt Pytagorove kamienky – figurálne čísla

86. Vypočítaj 4. trojuholníkové číslo (počet kamienkov usporiadaných do trojuholníka s 4 riadkami).
87. Vypočítaj 5. trojuholníkové číslo (počet kamienkov usporiadaných do trojuholníka s 5 riadkami).
88. Vypočítaj 6. trojuholníkové číslo (počet kamienkov usporiadaných do trojuholníka s 6 riadkami).
89. Vypočítaj 7. trojuholníkové číslo (počet kamienkov usporiadaných do trojuholníka s 7 riadkami).
90. Vypočítaj 8. trojuholníkové číslo (počet kamienkov usporiadaných do trojuholníka s 8 riadkami).
91. Vypočítaj 4. štvorcové číslo (počet kamienkov usporiadaných do štvorca so stranou 4).
92. Vypočítaj 5. štvorcové číslo (počet kamienkov usporiadaných do štvorca so stranou 5).
93. Vypočítaj 6. štvorcové číslo (počet kamienkov usporiadaných do štvorca so stranou 6).
94. Vypočítaj 7. štvorcové číslo (počet kamienkov usporiadaných do štvorca so stranou 7).
95. Vypočítaj 8. štvorcové číslo (počet kamienkov usporiadaných do štvorca so stranou 8).

8) Vyber správnu možnosť (A, B, C, D)

96. Dá sa zostrojiť trojuholník so stranami 3 cm , 4 cm , 9 cm ?

A) áno B) nie C) len pravouhlý D) len rovnoramenný

97. Koľko výšok má trojuholník?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

98. Rovnostranný trojuholník má každý vnútorný uhol veľký:

A) 45° B) 60° C) 90° D) 120°

99. Ktorú konštrukčnú vetu použijeme, ak poznáme dve strany a uhol medzi nimi?

A) sss B) sus C) usu D) žiadnu

100. V trojuholníku sú uhly $\alpha=50^\circ$, $\beta=60^\circ$. Aký je uhol γ ?

A) 60° B) 70° C) 80° D) 90°

Riešenia

1) Trojuholníková nerovnosť

1. áno, trojuholník existuje (pretože $4 + 5 = 9 > 8$)
2. nie, trojuholník neexistuje (pretože $2 + 3 = 5$ nie je väčšie ako 6)
3. áno, trojuholník existuje (pretože $6 + 6 = 12 > 10$)
4. nie, trojuholník neexistuje (pretože $1 + 2 = 3$ nie je väčšie ako 4)
5. áno, trojuholník existuje (pretože $7 + 8 = 15 > 9$)
6. nie, trojuholník neexistuje (pretože $3 + 4 = 7$ nie je väčšie ako 8)
7. áno, trojuholník existuje (pretože $5 + 5 = 10 > 5$)
8. nie, trojuholník neexistuje (pretože $2 + 7 = 9$ nie je väčšie ako 10)
9. áno, trojuholník existuje (pretože $9 + 9 = 18 > 17$)
10. áno, trojuholník existuje (pretože $4 + 4 = 8 > 4$)
11. nie, trojuholník neexistuje (pretože $3 + 5 = 8$ nie je väčšie ako 9)
12. nie, trojuholník neexistuje (pretože $6 + 7 = 13$ nie je väčšie ako 13)
13. áno, trojuholník existuje (pretože $8 + 8 = 16 > 15$)
14. nie, trojuholník neexistuje (pretože $1 + 4 = 5$ nie je väčšie ako 6)
15. áno, trojuholník existuje (pretože $10 + 10 = 20 > 19$)

2) Vnúterné a vonkajšie uhly trojuholníka

16. $\gamma = 70^\circ$
17. $\gamma = 45^\circ$
18. $\gamma = 40^\circ$
19. $\gamma = 50^\circ$
20. $\gamma = 60^\circ$
21. $\gamma = 35^\circ$
22. $\gamma = 90^\circ$
23. $\gamma = 40^\circ$
24. $\gamma = 15^\circ$
25. $\gamma = 45^\circ$
26. 120°
27. 140°
28. 120°
29. 140°
30. 120°
31. 120°
32. 130°
33. 140°
34. 120°
35. 120°

3) Výška trojuholníka

36. Tri výšky (jednu z každého vrcholu na protiľahlú stranu).
37. Úsečka (alebo jej dĺžka) vedená z vrcholu trojuholníka kolmo na priamku, ktorá obsahuje protiľahlú stranu.
38. Priesečník výšok (ortocentrum).
39. Päta výšky.

40. Vnútri trojuholníka.
41. Mimo trojuholníka.
42. Priamo vo vrchole pravého uhla.
43. Obe odvesny (kolmé strany) — výška na jednu odvesnu leží na druhej odvesne a naopak.
44. Pretože výška je kolmica na priamku danú stranou, a ak je trojuholník tupouhlý, táto kolmica môže pretínať predĺženie strany mimo samotnej úsečky (mimo trojuholníka).
45. Pomocou pravouhlého trojuholníka (uholníka) alebo kružidla zostrojíme kolmicu z bodu A na priamku BC; úsečka od A po päťu tejto kolmice na priamke BC je výška.

4) Rozdelenie trojuholníkov podľa dĺžky strán

46. rovnostranný
47. rovnoramenný
48. rôznostranný
49. rovnostranný
50. rovnoramenný
51. rôznostranný
52. rovnostranný
53. rovnoramenný
54. rôznostranný
55. rovnostranný

5) Konštrukcie trojuholníka – vety sss, sus, usu

56. áno, dá sa zostrojiť postupom sss (strany spĺňajú trojuholníkovú nerovnosť)
57. nie, nedá sa zostrojiť ($3 + 4 = 7$ nie je väčšie ako 9, trojuholníková nerovnosť neplatí)
58. áno, dá sa zostrojiť postupom sss (strany spĺňajú trojuholníkovú nerovnosť)
59. nie, nedá sa zostrojiť ($2 + 5 = 7$ nie je väčšie ako 8, trojuholníková nerovnosť neplatí)
60. áno, dá sa zostrojiť postupom sss (strany spĺňajú trojuholníkovú nerovnosť)
61. nie, nedá sa zostrojiť ($4 + 4 = 8$ nie je väčšie ako 9, trojuholníková nerovnosť neplatí)
62. Dĺžky všetkých troch strán trojuholníka (a, b, c).
63. Dve strany a uhol, ktorý zvierajú (napr. strany a, b a uhol γ medzi nimi).
64. Jednu stranu a dva uhly priľahlé k tejto strane (napr. stranu c a uhly α, β).
65. Strana – strana – strana (poznáme všetky tri strany trojuholníka).
66. Strana – uhol – strana (poznáme dve strany a uhol medzi nimi).
67. Uhol – strana – uhol (poznáme jednu stranu a dva uhly k nej priľahlé).
68. Narysujeme náčrt a potom zostrojíme úsečku dĺžky c (napr. AB), od ktorej budeme ďalej vychádzať.
69. Zostrojíme kružnicu (oblúk) so stredom v bode A a polomerom b, a kružnicu (oblúk) so stredom v bode B a polomerom a; ich priesečník je hľadaný vrchol C.
70. Zostrojíme jednu zo strán (napr. a), v jej krajnom bode zostrojíme uhol veľkosti γ , na jeho druhom ramene odmeriame dĺžku strany b; spojením koncových bodov dostaneme tretiu stranu c a tým aj celý trojuholník.
71. Zostrojíme úsečku c (napr. AB), v bode A zostrojíme uhol veľkosti α a v bode B uhol veľkosti β ; priesečník ramien týchto uhlov je tretí vrchol trojuholníka C.
72. Vetu sus.
73. Vetu sss.
74. Vetu usu.
75. Náčrt nám pomôže premyslieť si rozmiestnenie vrcholov a poradie konštrukčných krokov ešte pred presným rysovaním, čím znížime riziko chyby pri samotnej konštrukcii.

6) Rovnoramenný a rovnostranný trojuholník

76. Má dve rovnako dlhé strany (ramená) a základňu; uhly priľahlé k základni (uhly pri základni) sú zhodné.

77. Základňa.

78. Hlavný vrchol.

79. Uhly pri základni sú zhodné: $(180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ$

80. $180^\circ - 2 \cdot 65^\circ = 50^\circ$

81. Všetky tri strany sú rovnako dlhé a všetky tri vnútorné uhly sú zhodné, každý má veľkosť 60° .

82. Súčet vnútorných uhlov trojuholníka je 180° , a keďže sú všetky tri uhly zhodné, každý z nich má veľkosť $180^\circ : 3 = 60^\circ$.

83. Áno — keďže má všetky tri strany zhodné, spĺňa aj podmienku rovnoramenného trojuholníka (aspoň dve strany rovnaké), je teda jeho špeciálnym prípadom.

84. 18 cm

85. 9 cm

7) Projekt Pytagorove kamienky – figurálne čísla

86. $T_4 = 4 \cdot (4+1) : 2 = 10$

87. $T_5 = 5 \cdot (5+1) : 2 = 15$

88. $T_6 = 6 \cdot (6+1) : 2 = 21$

89. $T_7 = 7 \cdot (7+1) : 2 = 28$

90. $T_8 = 8 \cdot (8+1) : 2 = 36$

91. $4^2 = 16$

92. $5^2 = 25$

93. $6^2 = 36$

94. $7^2 = 49$

95. $8^2 = 64$

8) Vyber správnu možnosť (A, B, C, D)

96. B) nie

97. C) 3

98. B) 60°

99. B) sus

100. B) 70°