

Pracovný list

Uhol – 100 príkladov

6. ročník – Uhol

1) Označenie uhla

1. Ako sa nazýva bod, v ktorom sa stretávajú obe ramená uhla?
2. Ako sa nazývajú dve polpriamky, ktoré tvoria uhol?
3. Uhol s vrcholom B a ramenami BA, BC zapisujeme ako $\angle ABC$ alebo $\angle CBA$. Prečo je vrchol B napísaný v strede zápisu?
4. Napíš, ako by si zapísal uhol s vrcholom v bode M a ramenami cez body K a L.
5. Vymenuj aspoň 4 malé grécke písmená, ktoré sa bežne používajú na označenie uhlov.
6. Uhol môžeme označiť aj jedným veľkým písmenom, ak je vrchol uhla jednoznačný (napr. vo vnútri trojuholníka). Ako by sme označili uhol pri vrchole A trojuholníka ABC?
7. Čo je to vnútro uhla?
8. Je uhol $\angle ABC$ to isté ako uhol $\angle CBA$?
9. Aký symbol používame na označenie uhla pred jeho zápisom (napr. pred ABC)?
10. Ak sú ramená uhla polpriamky VA a VB, ako sa volá bod V?
11. Môžu mať dva rôzne uhly spoločný vrchol? Uveď príklad.
12. Čo potrebujeme na jednoznačné určenie uhla (aké dva prvky)?
13. Je možné, aby mal uhol nulovú veľkosť? Kedy by k tomu došlo?
14. Ako nazveme uhol, ktorého ramená ležia na jednej priamke a smerujú opačným smerom?
15. Zapiš pomocou symbolov uhol s vrcholom O a ramenami cez body P a Q.

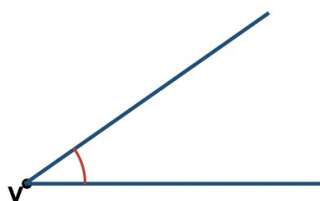
2) Uhlomer – meranie a rysovanie uhlov

a) Práca s uhlomerom

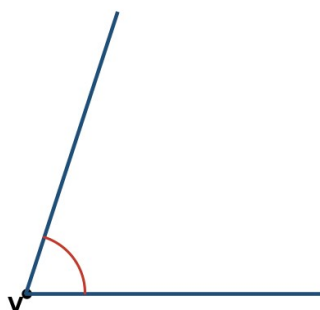
16. Akým nástrojom meriame a rysujeme veľkosť uhla v stupňoch?
17. Ako priložíme uhlomer, keď chceme odmerať veľkosť uhla?
18. Prečo majú väčšinou uhlomery dve stupnice (jednu od 0° do 180° a druhú od 180° do 0°)?
19. Ako narysujeme uhol veľkosti 50° pomocou uhlomera?
20. Čo môže spôsobiť nepresné meranie uhla uhlomerom?

b) Odhadni veľkosť uhla na obrázku

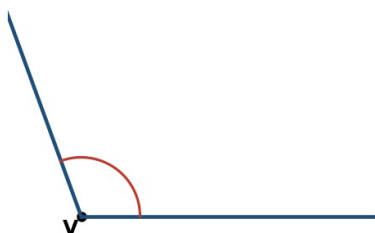
21. Odhadni (prípadne odmeraj uhlomerom), akú veľkosť má uhol na obrázku.



22. Odhadni (prípadne odmeraj uhlomerom), akú veľkosť má uhol na obrázku.



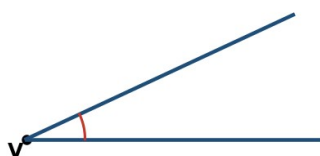
23. Odhadni (prípadne odmeraj uhlomerom), akú veľkosť má uhol na obrázku.



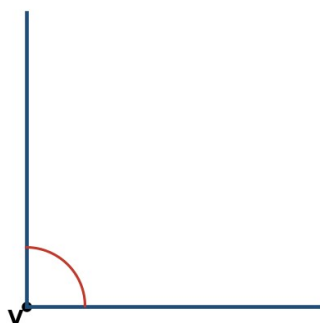
24. Odhadni (prípadne odmeraj uhlomerom), akú veľkosť má uhol na obrázku.



25. Odhadni (prípadne odmeraj uhlomerom), akú veľkosť má uhol na obrázku.



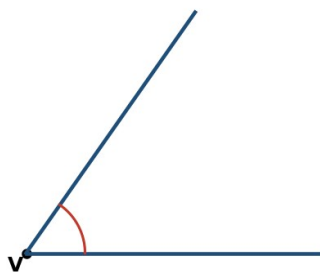
26. Odhadni (prípadne odmeraj uhlomerom), akú veľkosť má uhol na obrázku.



27. Odhadni (prípadne odmeraj uhlomerom), akú veľkosť má uhol na obrázku.



28. Odhadni (prípadne odmeraj uhlomerom), akú veľkosť má uhol na obrázku.



29. Odhadni (prípadne odmeraj uhlomerom), akú veľkosť má uhol na obrázku.



30. Odhadni (prípadne odmeraj uhlomerom), akú veľkosť má uhol na obrázku.



3) Stupeň a minúta

31. Koľko minút má 1 stupeň?
32. Koľko minút je polovica stupňa ($0,5^\circ$)?
33. Koľko minút je štvrtina stupňa ($0,25^\circ$)?
34. Koľko minút je $1/6$ stupňa?
35. Koľko minút je $3/4$ stupňa?
36. Preveď na stupne a minúty: $36,5^\circ$
37. Preveď na stupne a minúty: $48,25^\circ$
38. Preveď na stupne a minúty: $72,75^\circ$
39. Preveď na stupne a minúty: $15,1^\circ$
40. Preveď na stupne a minúty: $90,4^\circ$
41. Preveď na desatinné stupne: $28^\circ 30'$
42. Preveď na desatinné stupne: $45^\circ 15'$
43. Preveď na desatinné stupne: $60^\circ 45'$
44. Preveď na desatinné stupne: $15^\circ 6'$
45. Preveď na desatinné stupne: $80^\circ 24'$

4) Sčítanie a odčítanie uhlov

46. Vypočítaj súčet uhlov: $35^\circ + 48^\circ =$
47. Vypočítaj súčet uhlov: $72^\circ + 65^\circ =$
48. Vypočítaj súčet uhlov: $120^\circ + 45^\circ =$
49. Vypočítaj súčet uhlov: $28^\circ + 17^\circ =$
50. Vypočítaj súčet uhlov: $95^\circ + 60^\circ =$
51. Vypočítaj súčet uhlov: $140^\circ + 25^\circ =$
52. Vypočítaj súčet uhlov: $63^\circ + 54^\circ =$
53. Vypočítaj rozdiel uhlov: $120^\circ - 45^\circ =$
54. Vypočítaj rozdiel uhlov: $95^\circ - 38^\circ =$
55. Vypočítaj rozdiel uhlov: $180^\circ - 72^\circ =$
56. Vypočítaj rozdiel uhlov: $150^\circ - 95^\circ =$
57. Vypočítaj rozdiel uhlov: $88^\circ - 29^\circ =$
58. Vypočítaj rozdiel uhlov: $160^\circ - 64^\circ =$

59. Ako geometricky (pomocou kružidla a pravítka) sčítame dva uhly bez toho, aby sme poznali ich veľkosť v stupňoch?

60. Ako geometricky odčítame dva uhly pomocou kružidla a pravítka?

5) Os uhla

61. Čo je to os uhla?

62. Aká je vzdialenosť bodu ležiaceho na osi uhla od oboch ramien uhla?

63. Ako zostrojíme os uhla pomocou kružidla?

64. Uhol má veľkosť 80° . Na aké dva uhly ho rozdelí jeho os?

65. Uhol má veľkosť 130° . Akú veľkosť majú uhly, na ktoré ho rozdelí os uhla?

66. Priamy uhol (180°) rozdelíme jeho osou. Aké uhly tým vzniknú?

67. Uhol má veľkosť 46° . Aká je veľkosť polovice tohto uhla (t.j. uhla medzi ramenom a osou)?

68. Ak os uhla rozdelí uhol na dva uhly po 55° , aká bola veľkosť pôvodného uhla?

69. Je os uhla to isté ako výška trojuholníka? Vysvetli rozdiel.

70. Koľko osí súmernosti má vo všeobecnosti jeden uhol?

6) Rozdelenie uhlov podľa veľkosti

71. Uhol má veľkosť 35° . Zaraď ho podľa veľkosti (ostrý, pravý, tupý, priamy).

72. Uhol má veľkosť 90° . Zaraď ho podľa veľkosti (ostrý, pravý, tupý, priamy).

73. Uhol má veľkosť 180° . Zaraď ho podľa veľkosti (ostrý, pravý, tupý, priamy).

74. Uhol má veľkosť 120° . Zaraď ho podľa veľkosti (ostrý, pravý, tupý, priamy).

75. Uhol má veľkosť 15° . Zaraď ho podľa veľkosti (ostrý, pravý, tupý, priamy).

76. Uhol má veľkosť 178° . Zaraď ho podľa veľkosti (ostrý, pravý, tupý, priamy).

77. Uhol má veľkosť 45° . Zaraď ho podľa veľkosti (ostrý, pravý, tupý, priamy).

78. Uhol má veľkosť 91° . Zaraď ho podľa veľkosti (ostrý, pravý, tupý, priamy).

79. Uhol má veľkosť 89° . Zaraď ho podľa veľkosti (ostrý, pravý, tupý, priamy).

80. Uhol má veľkosť 179° . Zaraď ho podľa veľkosti (ostrý, pravý, tupý, priamy).

7) Uhly v trojuholníku, vrcholové a susedné uhly

81. V trojuholníku sú dva vnútorné uhly 50° a 60° . Vypočítaj tretí uhol.

82. V trojuholníku sú dva vnútorné uhly 90° a 45° . Vypočítaj tretí uhol.

83. V trojuholníku sú dva vnútorné uhly 70° a 70° . Vypočítaj tretí uhol.

84. V trojuholníku sú dva vnútorné uhly 35° a 85° . Vypočítaj tretí uhol.

85. V trojuholníku sú dva vnútorné uhly 48° a 62° . Vypočítaj tretí uhol.

86. Uhol má veľkosť 65° . Aká je veľkosť jeho vrcholového uhla?

87. Uhol má veľkosť 65° . Aká je veľkosť jeho susedného uhla?

88. Uhol má veľkosť 110° . Aká je veľkosť jeho vrcholového uhla?

89. Uhol má veľkosť 110° . Aká je veľkosť jeho susedného uhla?

90. Uhol má veľkosť 48° . Aká je veľkosť jeho susedného uhla?

8) Projekt: Trisekcia uhla

91. Čo znamená trisekcia uhla?

92. Je trisekcia ľubovoľného uhla pomocou klasického kružidla a pravítka (bez iných pomôcok) vo všeobecnosti možná?

93. Dá sa priamy uhol (180°) rozdeliť na tri zhodné časti pomocou kružidla a pravítka? Ak áno, aké uhly by vznikli?

94. Prečo je trisekcia uhla považovaná za jeden z troch slávnych neriešiteľných problémov staroveku (spolu s kvadrátúrou kruhu a zdvojením kocky)?

95. Existujú spôsoby, ako trisekciu uhla vykonať, ak pripustíme aj iné nástroje než len kružidlo a pravítko?

9) Vyber správnu možnosť (A, B, C, D)

96. Uhol má veľkosť 40° . Aký je to uhol?

A) ostrý B) pravý C) tupý D) priamy

97. Koľko minút má 1 stupeň?

A) 10 B) 60 C) 100 D) 360

98. Vrcholové uhly sú vždy:

A) zhodné B) doplnkové do 180° C) doplnkové do 90° D) rôzne

99. Os uhla delí uhol na dve časti, ktoré sú:

A) rôzne veľké B) zhodné C) doplnkové do 90° D) doplnkové do 180°

100. Je trisekcia ľubovoľného uhla pomocou kružidla a pravítka možná?

A) áno vždy B) nie, vo všeobecnosti nie C) len pre tupé uhly D) len pre ostré uhly

Riešenia

1) Označenie uhla

1. Vrchol uhla.
2. Ramená uhla.
3. Pretože pri zápise uhla troma písmenami sa vždy prostredné písmeno označuje vrchol uhla, krajné písmená označujú body na jeho ramenách.
4. $\angle KML$ alebo $\angle LMK$.
5. Napríklad α (alfa), β (beta), γ (gama), δ (delta), ϵ (epsilon).
6. $\angle A$ (prípadne α , ak je zvykom používať grécke písmená pre vnútorné uhly trojuholníka).
7. Časť roviny ohraničená oboma ramenami uhla, ktorá leží 'medzi' nimi (menšia z dvoch oblastí, ak nejde o priamy uhol).
8. Áno, označuje ten istý uhol – záleží len na vrchole (prostredné písmeno), poradie krajných písmen nie je podstatné.
9. Symbol $\angle$ (uhol).
10. Vrchol uhla.
11. Áno, môžu – napríklad vrcholové a susedné uhly majú spoločný vrchol (bod, kde sa pretínajú dve priamky).
12. Vrchol uhla a jeho dve ramená (dve polpriamky vychádzajúce z tohto vrcholu).
13. Áno, ak obe ramená splývajú (ležia na sebe), veľkosť uhla je 0° .
14. Priamy uhol (180°).
15. $\angle POQ$ alebo $\angle QOP$.

2) Uhlomer – meranie a rysovanie uhlov

16. Uhlomerom (goniometrom).
17. Stred uhlomera priložíme na vrchol uhla a nulovú značku (0°) na jedno rameno uhla, potom odčítame hodnotu na mieste, kde uhlomer pretína druhé rameno.
18. Aby sme mohli pohodlne odčítať veľkosť uhla nezávisle od toho, na ktorú stranu rameno uhla smeruje (zľava alebo sprava).
19. Narysujeme jedno rameno, priložíme stred uhlomera na jeho krajný bod (vrchol), nulovú značku na toto rameno, označíme bod pri značke 50° na stupnici a spojíme ho s vrcholom – dostaneme druhé rameno uhla.
20. Nesprávne priloženie stredu uhlomera na vrchol uhla, posunutá nulová značka mimo ramena, alebo čítanie hodnoty na nesprávnej stupnici.
21. 35°
22. 72°
23. 110°
24. 145°
25. 25°
26. 90°
27. 160°
28. 55°
29. 130°
30. 15°

3) Stupeň a minúta

31. 60 minút ($1^\circ = 60'$)
32. 30 minút
33. 15 minút
34. 10 minút

35. 45 minút

36. $36^{\circ}30'$

37. $48^{\circ}15'$

38. $72^{\circ}45'$

39. $15^{\circ}6'$

40. $90^{\circ}24'$

41. $28,5^{\circ}$

42. $45,25^{\circ}$

43. $60,75^{\circ}$

44. $15,1^{\circ}$

45. $80,4^{\circ}$

4) Sčítanie a odčítanie uhlov

46. 83°

47. 137°

48. 165°

49. 45°

50. 155°

51. 165°

52. 117°

53. 75°

54. 57°

55. 108°

56. 55°

57. 59°

58. 96°

59. Narysujeme prvý uhol, potom k jednému jeho ramenu priložíme (preneseme pomocou kružidla) druhý uhol tak, aby jeho vrchol a jedno rameno splynuli s ramenom prvého uhla; výsledný uhol medzi voľnými ramenami oboch uhlov je ich súčet.

60. Narysujeme väčší uhol, potom naň preniesieme (pomocou kružidla) menší uhol tak, aby mal spoločný vrchol aj jedno rameno s väčším uhlom a ležal v jeho vnútri; zvyšná časť väčšieho uhla je hľadaný rozdiel.

5) Os uhla

61. Polpriamka vychádzajúca z vrcholu uhla, ktorá delí uhol na dva zhodné (rovnako veľké) uhly.

62. Bod na osi uhla má rovnakú (zhodnú) vzdialenosť od oboch ramien uhla.

63. Z vrcholu uhla opíšeme oblúk, ktorý pretne obe ramená v dvoch bodoch; z týchto bodov opíšeme rovnakým polomerom dva ďalšie oblúky, ich priesečník spojíme s vrcholom uhla – táto polpriamka je os uhla.

64. Na dva uhly po 40° ($80^{\circ} : 2 = 40^{\circ}$).

65. Dva uhly po 65° ($130^{\circ} : 2 = 65^{\circ}$).

66. Dva pravé uhly po 90° .

67. 23° ($46^{\circ} : 2 = 23^{\circ}$).

68. 110° ($55^{\circ} + 55^{\circ} = 110^{\circ}$).

69. Nie. Os uhla delí uhol na dve zhodné časti a súvisí s uhlom, zatiaľ čo výška trojuholníka je kolmica z vrcholu na protiľahlú stranu a súvisí so vzdialenosťou, nie s veľkosťou uhla.

70. Práve jednu os uhla (polpriamku, ktorá ho rozdeľuje na dve zhodné časti).

6) Rozdelenie uhlov podľa veľkosti

71. ostrý uhol

72. pravý uhol

- 73. priamy uhol
- 74. tupý uhol
- 75. ostrý uhol
- 76. tupý uhol
- 77. ostrý uhol
- 78. tupý uhol
- 79. ostrý uhol
- 80. tupý uhol

7) Uhly v trojuholníku, vrcholové a susedné uhly

- 81. 70°
- 82. 45°
- 83. 40°
- 84. 60°
- 85. 70°
- 86. 65° (vrcholové uhly sú vždy zhodné)
- 87. 115° (susedné uhly majú súčet 180°)
- 88. 110° (vrcholové uhly sú vždy zhodné)
- 89. 70° (susedné uhly majú súčet 180°)
- 90. 132° (susedné uhly majú súčet 180°)

8) Projekt: Trisekcia uhla

- 91. Rozdelenie daného uhla na tri navzájom zhodné (rovnako veľké) uhly.
- 92. Nie, dokázalo sa, že pre všeobecný uhol to nie je možné vykonať len pomocou kružidla a pravítka – ide o klasický neriešiteľný problém staroveku.
- 93. Áno, dá – vznikli by tri uhly po 60° , pretože pre niektoré špeciálne uhly (napr. 180° , 90°) je trisekcia klasickými nástrojmi možná.
- 94. Pretože napriek stáročiam snahy matematikov sa dlho nevedelo, či je to možné, a až moderná algebra v 19. storočí dokázala, že to pre všeobecný uhol pomocou kružidla a pravítka možné nie je.
- 95. Áno, napríklad pomocou označeného pravítka (metóda neusis), špeciálnych kriviek (napr. Archimedovej špirály) alebo skladania papiera (origami) je trisekcia uhla možná.

9) Vyber správnu možnosť (A, B, C, D)

- 96. A) ostrý
- 97. B) 60
- 98. A) zhodné
- 99. B) zhodné
- 100. B) nie, vo všeobecnosti nie