

Pracovní list

Kružnice a kruh

8. ročník – 100 příkladov (počítame s $\pi \approx 3,14$)

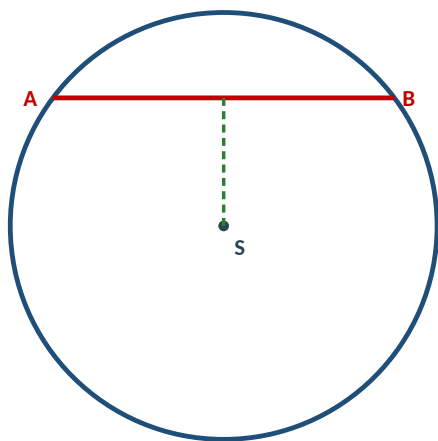
Autor: Mgr. J. Zvolenský – ZŠ Skýcov

1) Vlastnosti kružnice a kruhu

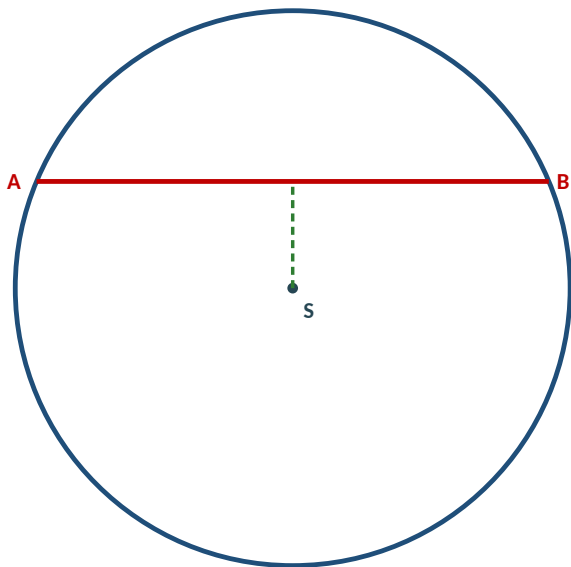
1. Ako sa volá bod, ktorý je rovnako vzdialený od všetkých bodov kružnice
2. Ako sa volá vzdialenosť stredu od kružnice
3. Aký je vzťah medzi polomerom r a priemerom d
4. Kružnica so stredom S má polomer $r = 5$ cm. Aký je jej priemer
5. Kružnica má priemer $d = 18$ cm. Aký je jej polomer
6. Čo je kruh (ako množina bodov)
7. Je kružnica krivka, alebo časť roviny
8. Je kruh krivka, alebo časť roviny
9. Načrtni kružnicu s polomerom $r = 3$ cm.
10. Načrtni kruh s priemerom $d = 8$ cm (vyznač aj polomer).

2) Tetiva kružnice

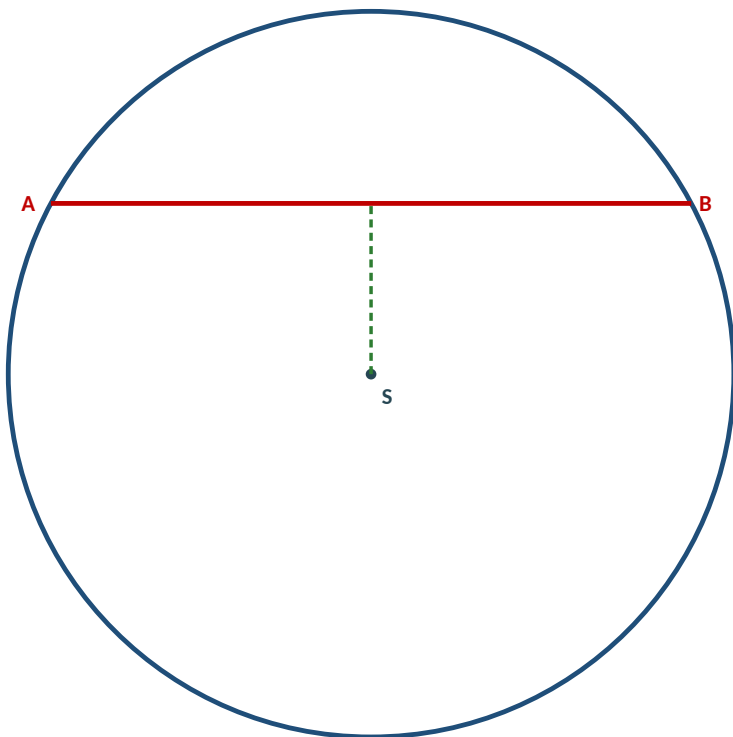
11. Čo je tetiva kružnice
12. Je priemer najdlhšia možná tetiva kružnice? (áno/nie)
13. Kružnica má polomer $r = 5$ cm. Tetiva prechádza stredom. Aká je jej dĺžka
14. Kružnica s polomerom $r = 10$ cm má tetivu AB vzdialenú od stredu S 6 cm. Vypočítaj dĺžku tetivy AB .



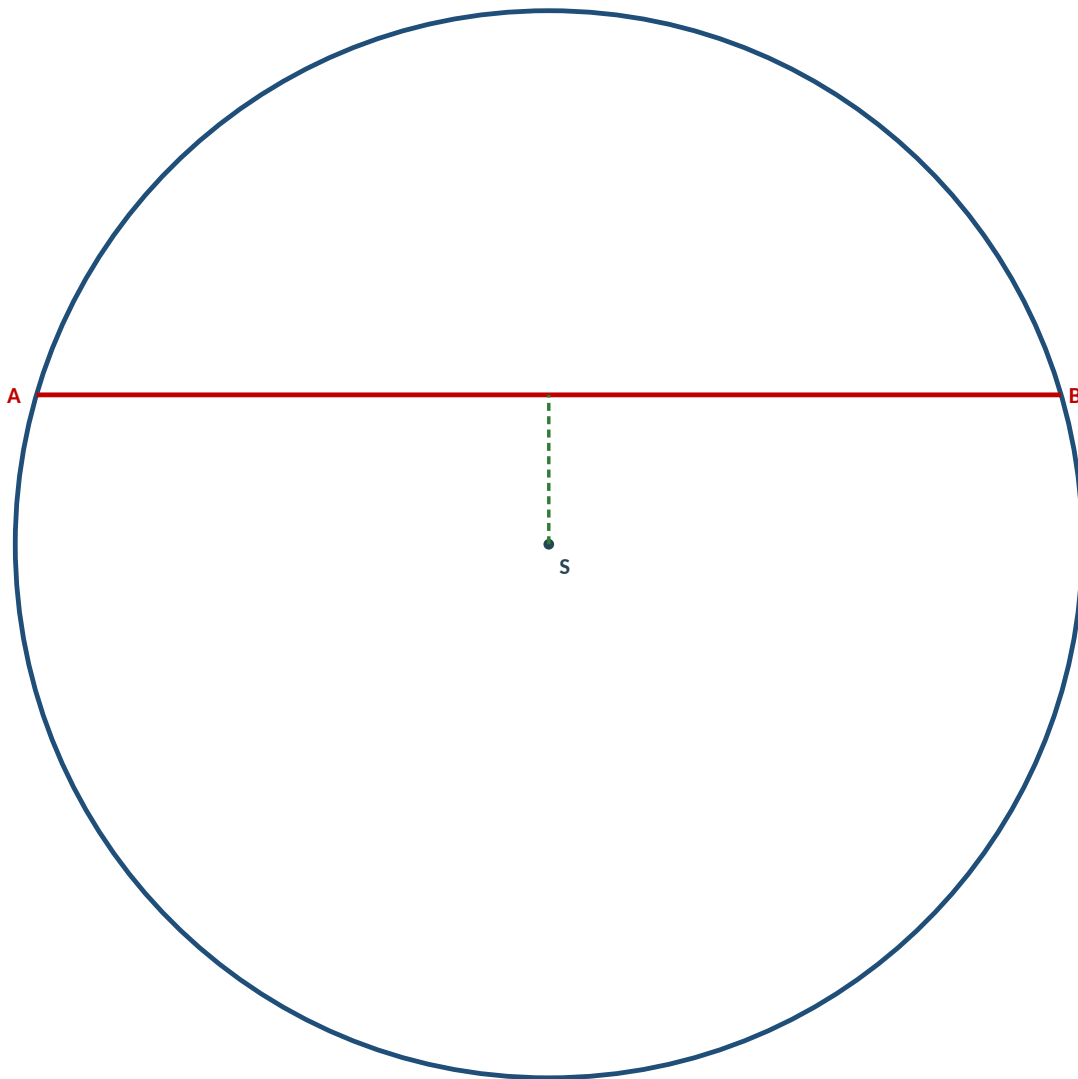
15. Kružnica s polomerom $r = 13$ cm má tetivu AB vzdialenú od stredu S 5 cm. Vypočítaj dĺžku tetivy AB.



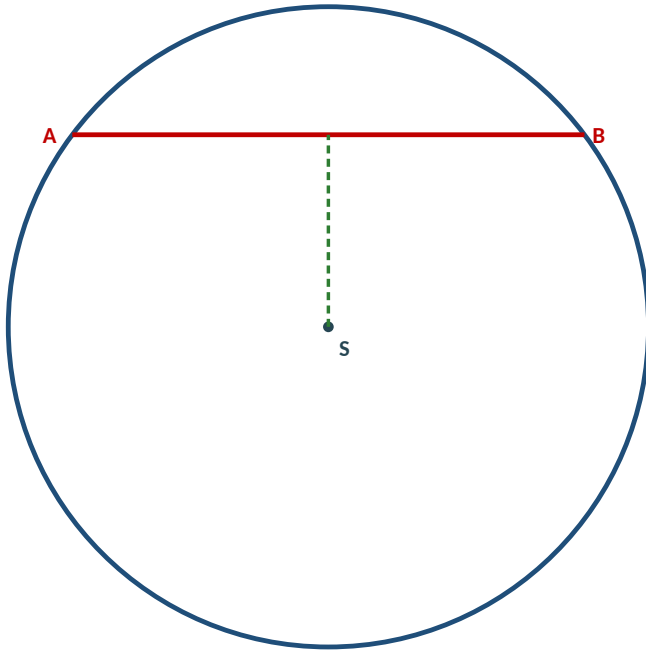
16. Kružnica s polomerom $r = 17$ cm má tetivu AB vzdialenú od stredu S 8 cm. Vypočítaj dĺžku tetivy AB.



17. Kružnica s polomerom $r = 25$ cm má tetivu AB vzdialenú od stredu S 7 cm. Vypočítaj dĺžku tetivy AB.



18. Kružnica s polomerom $r = 15$ cm má tetivu AB vzdialenú od stredu S 9 cm. Vypočítaj dĺžku tetivy AB.



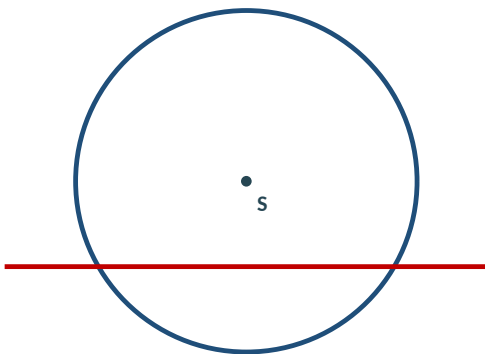
19. Čo je os tetivy

20. Kde leží stred kružnice vzhľadom na os ľubovoľnej tetivy

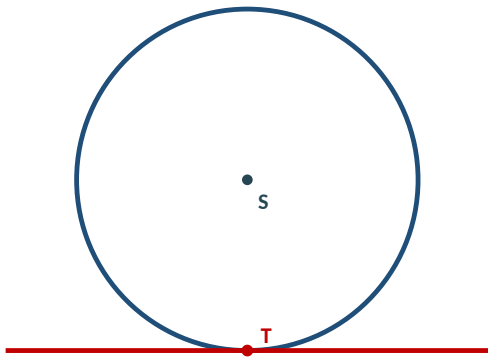
3) Vzájomná poloha priamky a kružnice

Ak vzdialenosť priamky od stredu je v a polomer kružnice r : $v < r \rightarrow$ sečnica, $v = r \rightarrow$ dotyčnica, $v > r \rightarrow$ nesečnica.

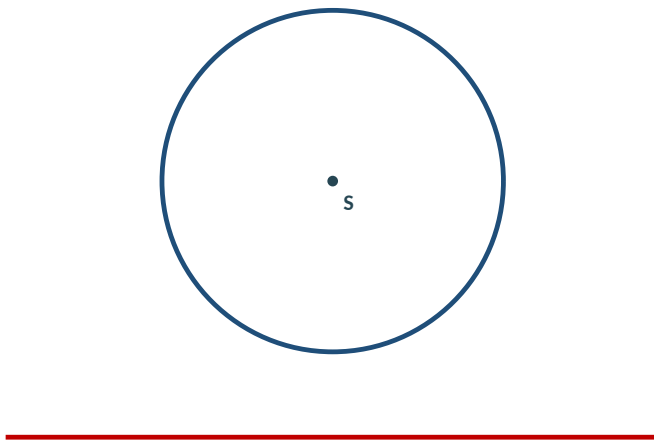
21. Kružnica má polomer $r = 8$ cm, priamka je od stredu vzdialená 4 cm. Je to sečnica, dotyčnica, alebo nesečnica: _____



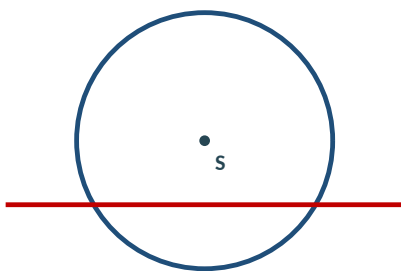
22. Kružnica má polomer $r = 8$ cm, priamka je od stredu vzdialená 8 cm. Je to sečnica, dotyčnica, alebo nesečnica: _____



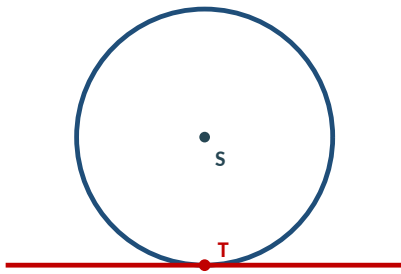
23. Kružnica má polomer $r = 8$ cm, priamka je od stredu vzdialená 12 cm. Je to sečnica, dotyčnica, alebo nesečnica: _____



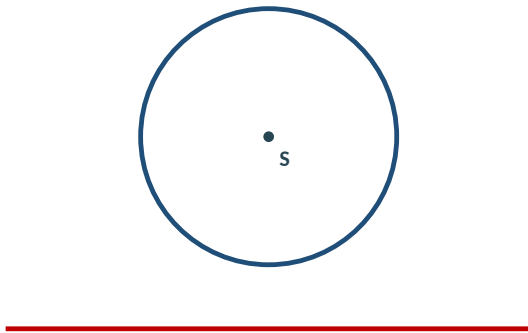
24. Kružnica má polomer $r = 6$ cm, priamka je od stredu vzdialená 3 cm. Je to sečnica, dotyčnica, alebo nesečnica: _____



25. Kružnica má polomer $r = 6$ cm, priamka je od stredu vzdialená 6 cm. Je to sečnica, dotyčnica, alebo nesečnica: _____



26. Kružnica má polomer $r = 6$ cm, priamka je od stredu vzdialená 9 cm. Je to sečnica, dotyčnica, alebo nesečnica: _____



- 27. Koľko spoločných bodov má so kružnicou sečnica
- 28. Koľko spoločných bodov má so kružnicou dotyčnica
- 29. Koľko spoločných bodov má so kružnicou nesečnica
- 30. Aký uhol zvierá dotyčnica s polomerom vedeným do dotykového bodu

4) Dĺžka kružnice a obvod kruhu

$$o = 2 \cdot \pi \cdot r \quad (\pi \approx 3,14)$$

- 31. Kružnica má polomer $r = 3$ cm. Vypočítaj jej dĺžku (obvod kruhu).
- 32. Kružnica má polomer $r = 5$ cm. Vypočítaj jej dĺžku (obvod kruhu).
- 33. Kružnica má polomer $r = 7$ cm. Vypočítaj jej dĺžku (obvod kruhu).
- 34. Kružnica má polomer $r = 10$ cm. Vypočítaj jej dĺžku (obvod kruhu).
- 35. Kružnica má polomer $r = 4$ cm. Vypočítaj jej dĺžku (obvod kruhu).
- 36. Kružnica má polomer $r = 6$ cm. Vypočítaj jej dĺžku (obvod kruhu).
- 37. Kružnica má polomer $r = 8$ cm. Vypočítaj jej dĺžku (obvod kruhu).
- 38. Kružnica má polomer $r = 12$ cm. Vypočítaj jej dĺžku (obvod kruhu).
- 39. Kružnica má polomer $r = 2,5$ cm. Vypočítaj jej dĺžku (obvod kruhu).

40. Kružnica má polomer $r = 15$ cm. Vypočítaj jej dĺžku (obvod kruhu).

41. Dĺžka kružnice je $o = 18,84$ cm. Vypočítaj jej polomer r .

42. Dĺžka kružnice je $o = 31,4$ cm. Vypočítaj jej polomer r .

43. Dĺžka kružnice je $o = 62,8$ cm. Vypočítaj jej polomer r .

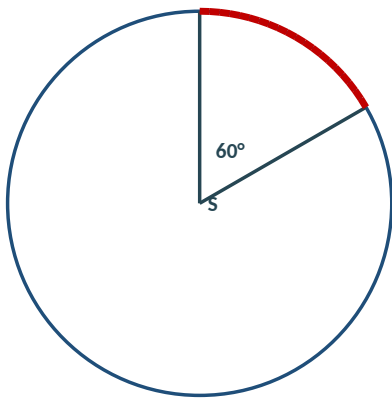
44. Dĺžka kružnice je $o = 12,56$ cm. Vypočítaj jej polomer r .

45. Dĺžka kružnice je $o = 25,12$ cm. Vypočítaj jej polomer r .

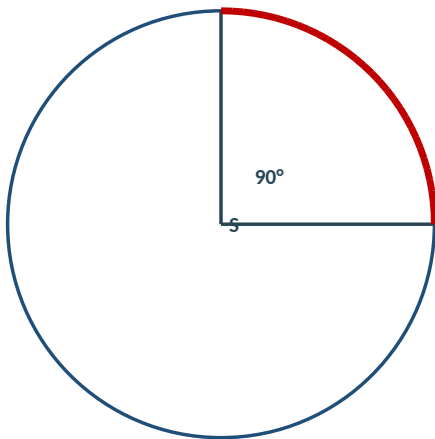
5) Kružnicový oblúk

Dĺžka oblúka: $l = (\alpha : 360^\circ) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r$

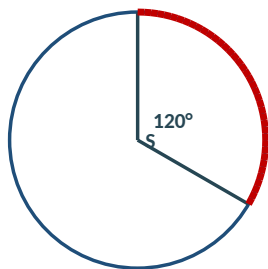
46. Kružnica má polomer $r = 9$ cm. Vypočítaj dĺžku oblúka prislúchajúceho stredovému uhlu $\alpha = 60^\circ$.



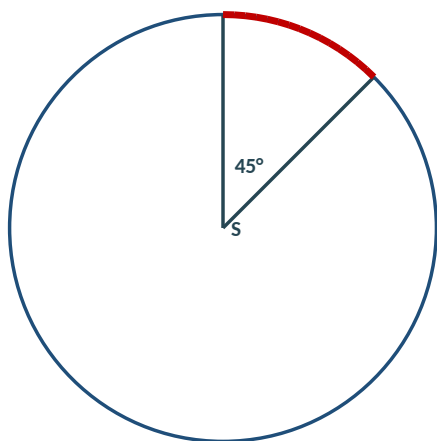
47. Kružnica má polomer $r = 12$ cm. Vypočítaj dĺžku oblúka prislúchajúceho stredovému uhlu $\alpha = 90^\circ$.



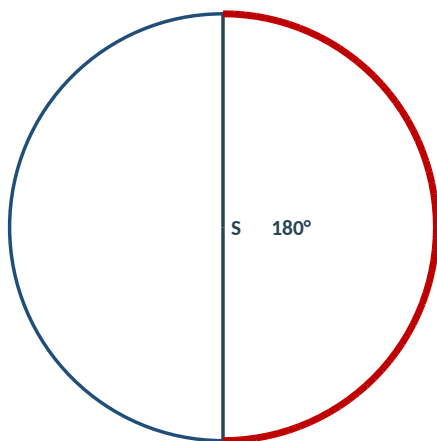
48. Kružnica má polomer $r = 6$ cm. Vypočítaj dĺžku oblúka prislúchajúceho stredovému uhlu $\alpha = 120^\circ$.



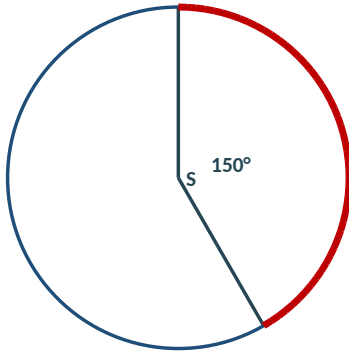
49. Kružnica má polomer $r = 15$ cm. Vypočítaj dĺžku oblúka prislúchajúceho stredovému uhlu $\alpha = 45^\circ$.



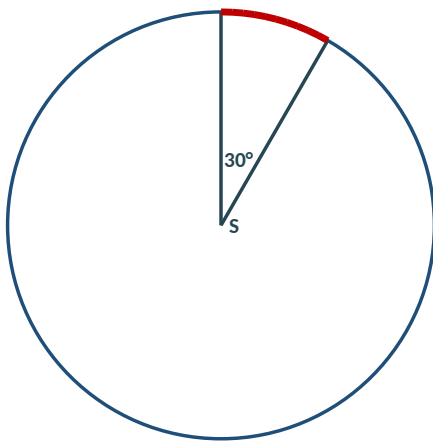
50. Kružnica má polomer $r = 10$ cm. Vypočítaj dĺžku oblúka prislúchajúceho stredovému uhlu $\alpha = 180^\circ$.



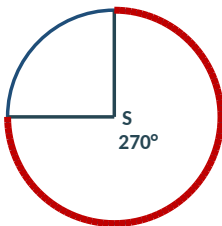
51. Kružnica má polomer $r = 8$ cm. Vypočítaj dĺžku oblúka prislúchajúceho stredovému uhlu $\alpha = 150^\circ$.



52. Kružnica má polomer $r = 20$ cm. Vypočítaj dĺžku oblúka prislúchajúceho stredovému uhlu $\alpha = 30^\circ$.



53. Kružnica má polomer $r = 5$ cm. Vypočítaj dĺžku oblúka prislúchajúceho stredovému uhlu $\alpha = 270^\circ$.



54. Aký stredový uhol prislúcha polovici kružnice

55. Aký stredový uhol prislúcha štvrtine kružnice

6) Obsah kruhu

$$S = \pi \cdot r^2 \quad (\pi \approx 3,14)$$

56. Kruh má polomer $r = 3$ cm. Vypočítaj jeho obsah.

57. Kruh má polomer $r = 5$ cm. Vypočítaj jeho obsah.

58. Kruh má polomer $r = 7$ cm. Vypočítaj jeho obsah.

59. Kruh má polomer $r = 10$ cm. Vypočítaj jeho obsah.

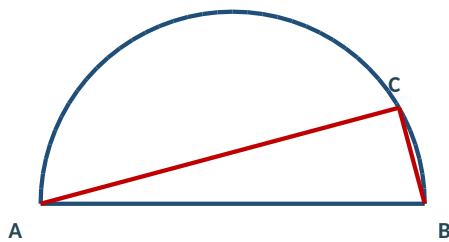
60. Kruh má polomer $r = 4$ cm. Vypočítaj jeho obsah.

61. Kruh má polomer $r = 6$ cm. Vypočítaj jeho obsah.
62. Kruh má polomer $r = 8$ cm. Vypočítaj jeho obsah.
63. Kruh má polomer $r = 2$ cm. Vypočítaj jeho obsah.
64. Kruh má polomer $r = 9$ cm. Vypočítaj jeho obsah.
65. Kruh má polomer $r = 20$ cm. Vypočítaj jeho obsah.
66. Obsah kruhu je $S = 28,26$ cm². Vypočítaj jeho polomer r .
67. Obsah kruhu je $S = 78,5$ cm². Vypočítaj jeho polomer r .
68. Obsah kruhu je $S = 12,56$ cm². Vypočítaj jeho polomer r .
69. Obsah kruhu je $S = 50,24$ cm². Vypočítaj jeho polomer r .
70. Obsah kruhu je $S = 314$ cm². Vypočítaj jeho polomer r .

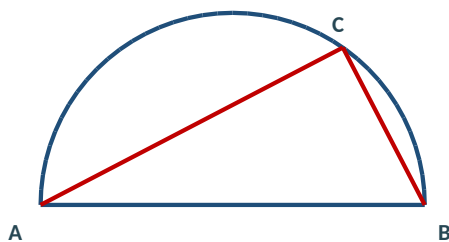
7) Tálesova kružnica

Tálesova veta: Ak bod C leží na kružnici zostrojenej nad priemerom AB, potom uhol ACB je pravý (90°).

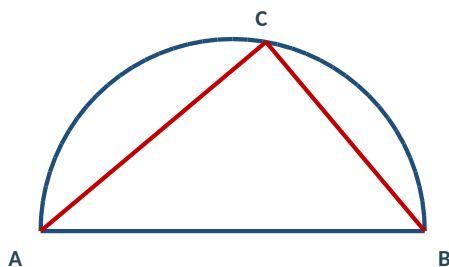
71. Bod C leží na Tálesovej kružnici nad priemerom AB. Aký je uhol ACB: _____



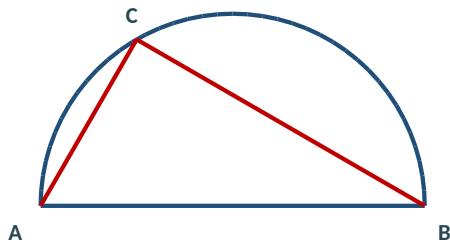
72. Bod C leží na Tálesovej kružnici nad priemerom AB. Aký je uhol ACB: _____



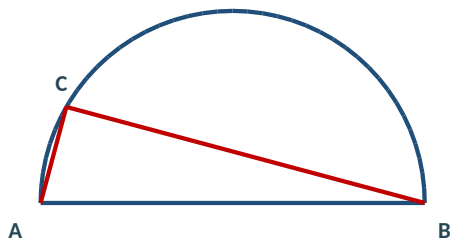
73. Bod C leží na Tálesovej kružnici nad priemerom AB. Aký je uhol ACB: _____



74. Bod C leží na Tálesovej kružnici nad priemerom AB. Aký je uhol ACB: _____



75. Bod C leží na Tálesovej kružnici nad priemerom AB. Aký je uhol ACB: _____



76. Nad akým útvarom sa zostrojuje Tálesova kružnica

77. Trojuholník ABC má pravý uhol pri vrchole C. Leží bod C na Tálesovej kružnici nad AB? (áno/nie)

78. Preponu pravouhlého trojuholníka s dĺžkou 10 cm použijeme ako priemer Tálesovej kružnice. Aký je jej polomer

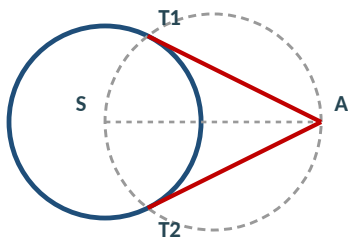
79. Na čo sa využíva Tálesova kružnica pri konštrukcii dotyčnice z vonkajšieho bodu

80. Trojuholník ABC má vrchol C na Tálesovej kružnici nad priemerom $AB = 14$ cm. Aká je dĺžka ťažnice z bodu C na stred AB

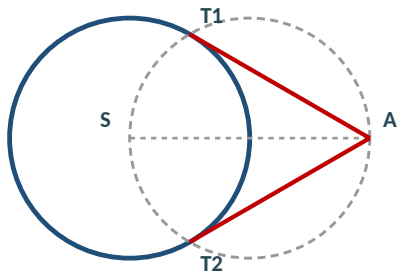
8) Konštrukčné úlohy

Dotyčnicu ku kružnici z vonkajšieho bodu A zostrojíme pomocou Tálesovej kružnice nad úsečkou SA (S = stred danej kružnice). Táto kružnica pretne danú kružnicu v dotykových bodoch T_1 , T_2 .

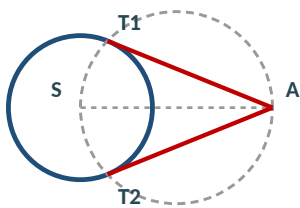
81. Zostroj dotyčnice ku kružnici $k(S, r = 4$ cm) z bodu A, ktorý je od stredu S vzdialený 9 cm. Vypočítaj aj dĺžku dotyčnice (úsečky AT).



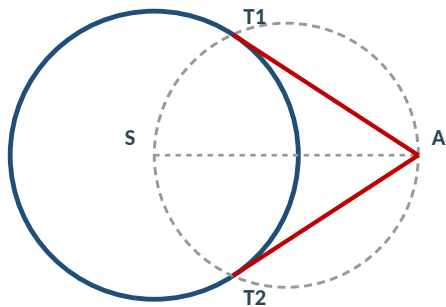
82. Zostroj dotyčnice ku kružnici $k(S, r = 5 \text{ cm})$ z bodu A , ktorý je od stredu S vzdialený 10 cm . Vypočítaj aj dĺžku dotyčnice (úsečky AT).



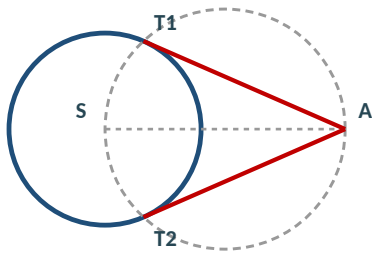
83. Zostroj dotyčnice ku kružnici $k(S, r = 3 \text{ cm})$ z bodu A , ktorý je od stredu S vzdialený 8 cm . Vypočítaj aj dĺžku dotyčnice (úsečky AT).



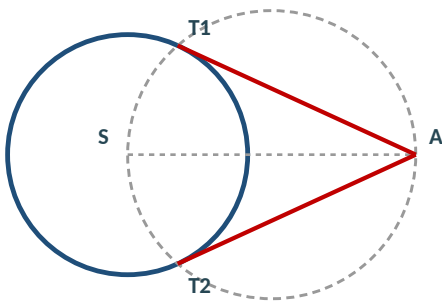
84. Zostroj dotyčnice ku kružnici $k(S, r = 6 \text{ cm})$ z bodu A , ktorý je od stredu S vzdialený 11 cm . Vypočítaj aj dĺžku dotyčnice (úsečky AT).



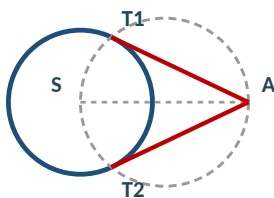
85. Zostroj dotyčnice ku kružnici $k(S, r = 4 \text{ cm})$ z bodu A , ktorý je od stredu S vzdialený 10 cm . Vypočítaj aj dĺžku dotyčnice (úsečky AT).



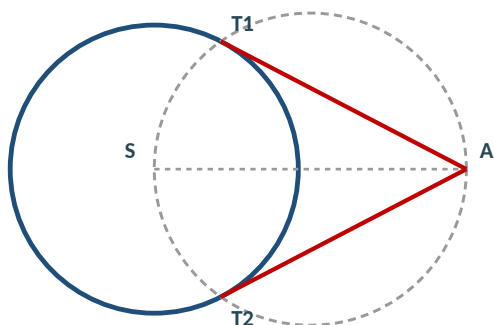
86. Zostroj dotyčnice ku kružnici $k(S, r = 5 \text{ cm})$ z bodu A , ktorý je od stredu S vzdialený 12 cm . Vypočítaj aj dĺžku dotyčnice (úsečky AT).



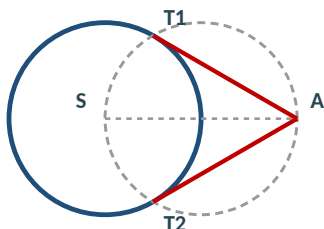
87. Zostroj dotyčnice ku kružnici $k(S, r = 3 \text{ cm})$ z bodu A , ktorý je od stredu S vzdialený 7 cm . Vypočítaj aj dĺžku dotyčnice (úsečky AT).



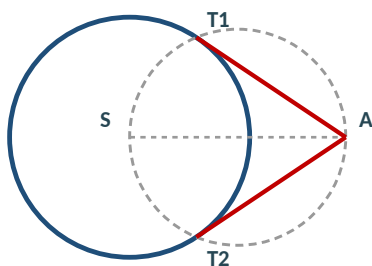
88. Zostroj dotyčnice ku kružnici $k(S, r = 6 \text{ cm})$ z bodu A , ktorý je od stredu S vzdialený 13 cm. Vypočítaj aj dĺžku dotyčnice (úsečky AT).



89. Zostroj dotyčnice ku kružnici $k(S, r = 4 \text{ cm})$ z bodu A , ktorý je od stredu S vzdialený 8 cm. Vypočítaj aj dĺžku dotyčnice (úsečky AT).



90. Zostroj dotyčnice ku kružnici $k(S, r = 5 \text{ cm})$ z bodu A , ktorý je od stredu S vzdialený 9 cm. Vypočítaj aj dĺžku dotyčnice (úsečky AT).



91. Koľko dotyčníc možno zostrojiť z vonkajšieho bodu ku kružnici

92. Koľko dotyčníc možno zostrojiť z bodu, ktorý leží na kružnici

93. Koľko dotyčníc možno zostrojiť z bodu vnútri kružnice

94. Sú obe dotyčnice z vonkajšieho bodu rovnako dlhé? (áno/nie)

95. Ktorý útvar (kružnicu) potrebujeme na zostrojenie dotyčnice z vonkajšieho bodu pomocou pravého uhla

96. Zostroj kružnicu opísanú trojuholníku (načrtni postup slovne).

97. Zostroj kružnicu vpísanú trojuholníku (načrtni postup slovne).

98. Zostroj os tetivy AB danej kružnice.

99. Zostroj dotýčnicu ku kružnici v danom bode T, ktorý na kružnici leží.

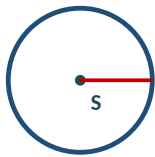
100. Zostroj spoločnú vonkajšiu dotýčnicu dvoch zhodných kružníc (načrtni postup slovne).

Poznámka: pracovný list pokrýva podtémy „Vlastnosti kružnice a kruhu“, „Tetiva kružnice“, „Vzájomná poloha priamky a kružnice“, „Dĺžka kružnice a obvod kruhu“, „Kružnicový oblúk“, „Obsah kruhu“, „Tálesova kružnica“ a „Konštrukčné úlohy“.

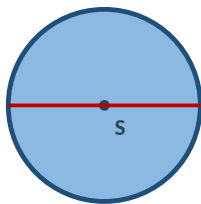
Riešenia

1) Vlastnosti kružnice a kruhu

1. stred kružnice
2. polomer
3. $d = 2r$
4. 10 cm
5. 9 cm
6. množina bodov, ktorých vzdialenosť od stredu je menšia alebo rovná polomeru
7. krivka (hranica)
8. časť roviny (krivka aj jej vnútro)
9. Kružnica s polomerom 3 cm:



10. Kruh s priemerom 8 cm, t. j. polomerom 4 cm:



2) Tetiva kružnice

11. úsečka spájajúca dva body kružnice
12. áno
13. 10 cm (rovná sa priemeru)
14. $AB = 2 \cdot \sqrt{(10^2 - 6^2)} = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm}$
15. $AB = 2 \cdot \sqrt{(13^2 - 5^2)} = 2 \cdot 12 = 24 \text{ cm}$
16. $AB = 2 \cdot \sqrt{(17^2 - 8^2)} = 2 \cdot 15 = 30 \text{ cm}$
17. $AB = 2 \cdot \sqrt{(25^2 - 7^2)} = 2 \cdot 24 = 48 \text{ cm}$
18. $AB = 2 \cdot \sqrt{(15^2 - 9^2)} = 2 \cdot 12 = 24 \text{ cm}$
19. kolmica na tetivu vedená jej stredom
20. stred kružnice leží vždy na osi tetivy

3) Vzájomná poloha priamky a kružnice

21. sečnica
22. dotyčnica
23. nesečnica
24. sečnica
25. dotyčnica
26. nesečnica
27. 2 body
28. 1 bod (dotykový bod)

29. 0 bodov (žiadny)

30. pravý uhol (90°)

4) Dĺžka kružnice a obvod kruhu

31. $o = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 = 18,84 \text{ cm}$

32. $o = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 31,4 \text{ cm}$

33. $o = 2 \cdot 3,14 \cdot 7 = 43,96 \text{ cm}$

34. $o = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 = 62,8 \text{ cm}$

35. $o = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 = 25,12 \text{ cm}$

36. $o = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 = 37,68 \text{ cm}$

37. $o = 2 \cdot 3,14 \cdot 8 = 50,24 \text{ cm}$

38. $o = 2 \cdot 3,14 \cdot 12 = 75,36 \text{ cm}$

39. $o = 2 \cdot 3,14 \cdot 2,5 = 15,7 \text{ cm}$

40. $o = 2 \cdot 3,14 \cdot 15 = 94,2 \text{ cm}$

41. $r = 18,84 : (2 \cdot 3,14) = 3 \text{ cm}$

42. $r = 31,4 : (2 \cdot 3,14) = 5 \text{ cm}$

43. $r = 62,8 : (2 \cdot 3,14) = 10 \text{ cm}$

44. $r = 12,56 : (2 \cdot 3,14) = 2 \text{ cm}$

45. $r = 25,12 : (2 \cdot 3,14) = 4 \text{ cm}$

5) Kružnicový oblúk

46. $l = (60^\circ : 360^\circ) \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 9 \approx 9,42 \text{ cm}$

47. $l = (90^\circ : 360^\circ) \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 12 \approx 18,84 \text{ cm}$

48. $l = (120^\circ : 360^\circ) \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 6 \approx 12,56 \text{ cm}$

49. $l = (45^\circ : 360^\circ) \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 15 \approx 11,78 \text{ cm}$

50. $l = (180^\circ : 360^\circ) \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \approx 31,4 \text{ cm}$

51. $l = (150^\circ : 360^\circ) \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 8 \approx 20,93 \text{ cm}$

52. $l = (30^\circ : 360^\circ) \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 20 \approx 10,47 \text{ cm}$

53. $l = (270^\circ : 360^\circ) \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \approx 23,55 \text{ cm}$

54. 180°

55. 90°

6) Obsah kruhu

56. $S = 3,14 \cdot 3^2 = 28,26 \text{ cm}^2$

57. $S = 3,14 \cdot 5^2 = 78,5 \text{ cm}^2$

58. $S = 3,14 \cdot 7^2 = 153,86 \text{ cm}^2$

59. $S = 3,14 \cdot 10^2 = 314 \text{ cm}^2$

60. $S = 3,14 \cdot 4^2 = 50,24 \text{ cm}^2$

61. $S = 3,14 \cdot 6^2 = 113,04 \text{ cm}^2$

62. $S = 3,14 \cdot 8^2 = 200,96 \text{ cm}^2$

63. $S = 3,14 \cdot 2^2 = 12,56 \text{ cm}^2$

64. $S = 3,14 \cdot 9^2 = 254,34 \text{ cm}^2$

65. $S = 3,14 \cdot 20^2 = 1256 \text{ cm}^2$

66. $r = \sqrt{(28,26 : 3,14)} = \sqrt{9} \approx 3 \text{ cm}$

67. $r = \sqrt{(78,5 : 3,14)} = \sqrt{25} \approx 5 \text{ cm}$

68. $r = \sqrt{(12,56 : 3,14)} = \sqrt{4} \approx 2 \text{ cm}$

69. $r = \sqrt{(50,24 : 3,14)} = \sqrt{16} \approx 4 \text{ cm}$

70. $r = \sqrt{(314 : 3,14)} = \sqrt{100} \approx 10 \text{ cm}$

7) Tálesova kružnica

- 71. 90° (podľa Tálesovej vety, nezávisle od polohy bodu C)
- 72. 90° (podľa Tálesovej vety, nezávisle od polohy bodu C)
- 73. 90° (podľa Tálesovej vety, nezávisle od polohy bodu C)
- 74. 90° (podľa Tálesovej vety, nezávisle od polohy bodu C)
- 75. 90° (podľa Tálesovej vety, nezávisle od polohy bodu C)
- 76. nad priemerom (úsečkou, ktorá je priemerom kružnice)
- 77. áno
- 78. 5 cm (polovica prepony)
- 79. Tálesova kružnica nad úsečkou SA určí dotykové body ako priesečníky s danou kružnicou
- 80. 7 cm (polovica priemeru AB)

8) Konštrukčné úlohy

- 81. $|AT| = \sqrt{(9^2 - 4^2)} = \sqrt{65} \approx 8,06$ cm (pozri obrázok v zadaní)
- 82. $|AT| = \sqrt{(10^2 - 5^2)} = \sqrt{75} \approx 8,66$ cm (pozri obrázok v zadaní)
- 83. $|AT| = \sqrt{(8^2 - 3^2)} = \sqrt{55} \approx 7,42$ cm (pozri obrázok v zadaní)
- 84. $|AT| = \sqrt{(11^2 - 6^2)} = \sqrt{85} \approx 9,22$ cm (pozri obrázok v zadaní)
- 85. $|AT| = \sqrt{(10^2 - 4^2)} = \sqrt{84} \approx 9,17$ cm (pozri obrázok v zadaní)
- 86. $|AT| = \sqrt{(12^2 - 5^2)} = \sqrt{119} \approx 10,91$ cm (pozri obrázok v zadaní)
- 87. $|AT| = \sqrt{(7^2 - 3^2)} = \sqrt{40} \approx 6,32$ cm (pozri obrázok v zadaní)
- 88. $|AT| = \sqrt{(13^2 - 6^2)} = \sqrt{133} \approx 11,53$ cm (pozri obrázok v zadaní)
- 89. $|AT| = \sqrt{(8^2 - 4^2)} = \sqrt{48} \approx 6,93$ cm (pozri obrázok v zadaní)
- 90. $|AT| = \sqrt{(9^2 - 5^2)} = \sqrt{56} \approx 7,48$ cm (pozri obrázok v zadaní)
- 91. 2 dotyčnice
- 92. 1 dotyčnica (v danom bode)
- 93. žiadna (0 dotyčníc)
- 94. áno
- 95. Tálesovu kružnicu nad úsečkou SA
- 96. Zostroja sa osi aspoň dvoch strán trojuholníka; ich priesečník je stred opísanej kružnice.
- 97. Zostroja sa osi aspoň dvoch vnútorných uhlov trojuholníka; ich priesečník je stred vpísanej kružnice.
- 98. Zostrojí sa kolmica na AB vedená stredom úsečky AB.
- 99. V bode T sa zostrojí kolmica na polomer ST; táto kolmica je hľadaná dotyčnica.
- 100. Spojnica stredov sa predĺži, dotyčnice sa zostroja rovnobežne s touto spojnicou vo vzdialenosti r od oboch stredov.