

Pracovný list

Lichobežník, obvod a obsah rovnobežníka, lichobežníka a trojuholníka

8. ročník – 100 príkladov

Autor: Mgr. J. Zvolenský – ZŠ Skýcov

1) Rovnobežník – porovnanie vlastností

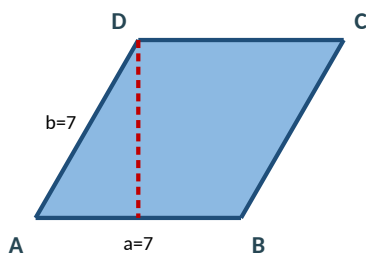
Ravnobežníky: štvorec, kosoštvorec, obdĺžnik, kosodĺžnik.

1. Sú všetky strany štvorca rovnako dlhé
2. Sú všetky strany kosoštvorca rovnako dlhé
3. Sú všetky strany obdĺžnika rovnako dlhé
4. Sú všetky strany kosodĺžnika rovnako dlhé
5. Zvierajú susedné strany štvorca pravý uhol
6. Zvierajú susedné strany kosoštvorca pravý uhol
7. Zvierajú susedné strany obdĺžnika pravý uhol
8. Zvierajú susedné strany kosodĺžnika pravý uhol
9. Sú uhlopriečky štvorca navzájom kolmé
10. Sú uhlopriečky obdĺžnika navzájom kolmé
11. Sú uhlopriečky kosoštvorca navzájom kolmé
12. Sú uhlopriečky obdĺžnika rovnako dlhé
13. Sú uhlopriečky kosoštvorca rovnako dlhé
14. Ktorý rovnobežník má všetky strany aj všetky uhly zhodné
15. Ktorý rovnobežník má zhodné strany, ale uhly nie sú pravé

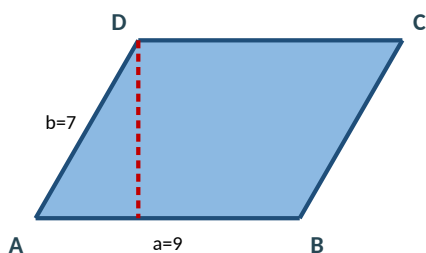
2) Obvod a obsah rovnobežníka

$o = 4a$ (štvorec, kosoštvorec); $o = 2(a+b)$ (obdĺžnik, kosodĺžnik); $S = a^2$ (štvorec); $S = a \cdot b$ (obdĺžnik); $S = a \cdot v$ (kosoštvorec, kosodĺžnik).

16. Štvorec má stranu $a = 6$ cm. Vypočítaj jeho obvod.
17. Obdĺžnik má strany $a = 8$ cm, $b = 5$ cm. Vypočítaj jeho obvod.
18. Kosoštvorec má stranu $a = 7$ cm. Vypočítaj jeho obvod.
19. Kosodĺžnik má strany $a = 9$ cm, $b = 4$ cm. Vypočítaj jeho obvod.
20. Štvorec má stranu $a = 12$ cm. Vypočítaj jeho obvod.
21. Obdĺžnik má strany $a = 15$ cm, $b = 6$ cm. Vypočítaj jeho obvod.
22. Kosoštvorec má stranu $a = 10$ cm. Vypočítaj jeho obvod.
23. Kosodĺžnik má strany $a = 11$ cm, $b = 7$ cm. Vypočítaj jeho obvod.
24. Štvorec má stranu $a = 9$ cm. Vypočítaj jeho obvod.
25. Obdĺžnik má strany $a = 20$ cm, $b = 3$ cm. Vypočítaj jeho obvod.
26. Štvorec má stranu $a = 6$ cm. Vypočítaj jeho obsah.
27. Obdĺžnik má strany $a = 8$ cm, $b = 5$ cm. Vypočítaj jeho obsah.
28. Kosoštvorec má stranu $a = 7$ cm a výšku $v = 5$ cm. Vypočítaj jeho obsah.



29. Kosodĺžnik má stranu $a = 9$ cm a výšku $v = 4$ cm. Vypočítaj jeho obsah.

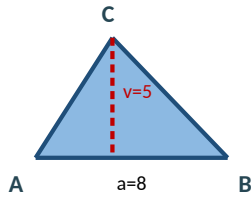


30. Štvorec má stranu $a = 12$ cm. Vypočítaj jeho obsah.
- Teraz naopak – poznáš obsah, hľadáš stranu alebo výšku:
31. Štvorec má obsah $S = 49$ cm². Vypočítaj dĺžku jeho strany a .
 32. Obdĺžnik má obsah $S = 48$ cm² a stranu $a = 8$ cm. Vypočítaj stranu b .
 33. Kosoštvorec má obsah $S = 42$ cm² a stranu $a = 7$ cm. Vypočítaj výšku v .
 34. Kosodĺžnik má obsah $S = 77$ cm² a výšku $v = 7$ cm. Vypočítaj stranu a .
 35. Štvorec má obsah $S = 144$ cm². Vypočítaj dĺžku jeho strany a .

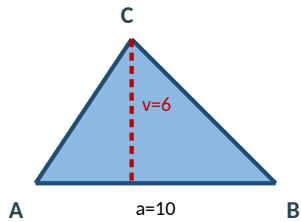
3) Obsah trojuholníka

$$S = (a \cdot v) : 2$$

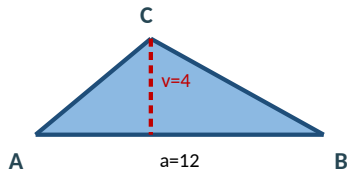
36. Trojuholník má základňu $a = 8$ cm a výšku $v = 5$ cm. Vypočítaj jeho obsah.



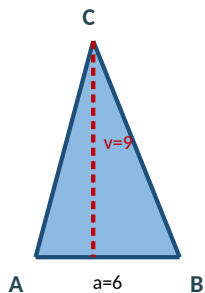
37. Trojuholník má základňu $a = 10$ cm a výšku $v = 6$ cm. Vypočítaj jeho obsah.



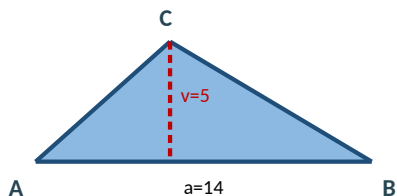
38. Trojuholník má základňu $a = 12$ cm a výšku $v = 4$ cm. Vypočítaj jeho obsah.



39. Trojuholník má základňu $a = 6$ cm a výšku $v = 9$ cm. Vypočítaj jeho obsah.



40. Trojuholník má základňu $a = 14$ cm a výšku $v = 5$ cm. Vypočítaj jeho obsah.



Teraz naopak – poznáš obsah, hľadáš základňu alebo výšku:

41. Trojuholník má obsah $S = 20$ cm² a základňu $a = 8$ cm. Vypočítaj výšku v .

42. Trojuholník má obsah $S = 30$ cm² a výšku $v = 6$ cm. Vypočítaj základňu a .

43. Trojuholník má obsah $S = 24$ cm² a základňu $a = 12$ cm. Vypočítaj výšku v .

44. Trojuholník má obsah $S = 27$ cm² a výšku $v = 9$ cm. Vypočítaj základňu a .

45. Trojuholník má obsah $S = 35$ cm² a základňu $a = 14$ cm. Vypočítaj výšku v .

4) Lichobežník – vlastnosti a typy

46. Ako sa volajú rovnobežné strany lichobežníka

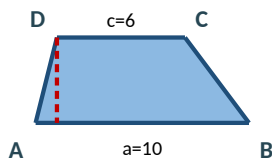
47. Ako sa volajú nerovnoběžné strany lichobežníka

48. Čo je výška lichobežníka

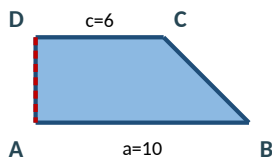
49. Kedy je lichobežník rovnoramenný

50. Kedy je lichobežník pravouhlý

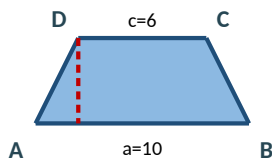
51. Aký typ lichobežníka je na obrázku? (všeobecný / pravouhlý / rovnoramenný)



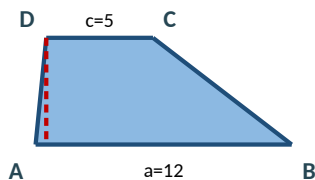
52. Aký typ lichobežníka je na obrázku? (všeobecný / pravouhlý / rovnoramenný)



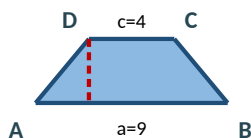
53. Aký typ lichobežníka je na obrázku? (všeobecný / pravouhlý / rovnoramenný)



54. Aký typ lichobežníka je na obrázku? (všeobecný / pravouhlý / rovnoramenný)



55. Aký typ lichobežníka je na obrázku? (všeobecný / pravouhlý / rovnoramenný)



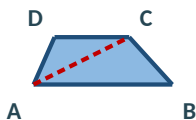
5) Konštrukcia lichobežníka

Lichobežník sa dá zostrojiť z rôznych kombinácií údajov. Tu precvičíme tri bežné typy zadania.

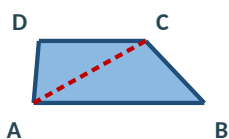
a) Zo základní, ramena a uhlopriečky (a, b, c, e)

Postup: 1) zostrojíme trojuholník ABC metódou SSS zo strán $a = AB$, $b = BC$ a uhlopriečky $e = AC$; 2) bodom C vedieme rovnobežku s AB; 3) na nej naniesieme základňu c od bodu C, čím získame bod D. (Uhlopriečka e je na obrázku červenou čiarkovanou čiarou.)

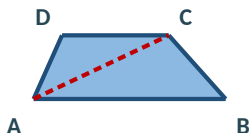
56. Zostroj lichobežník ABCD ($AB \parallel CD$), ak $a = |AB| = 6.5$ cm, $b = |BC| = 3$ cm, $c = |CD| = 3.5$ cm a uhlopriečka $e = |AC| = 5$ cm.



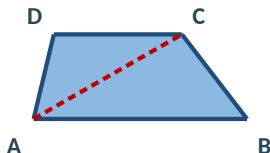
57. Zostroj lichobežník ABCD ($AB \parallel CD$), ak $a = |AB| = 8$ cm, $b = |BC| = 4$ cm, $c = |CD| = 5$ cm a uhlopriečka $e = |AC| = 6$ cm.



58. Zostroj lichobežník ABCD ($AB \parallel CD$), ak $a = |AB| = 9$ cm, $b = |BC| = 4$ cm, $c = |CD| = 5$ cm a uhlopriečka $e = |AC| = 7$ cm.



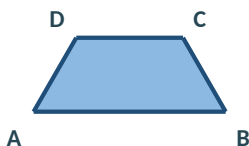
59. Zostroj lichobežník ABCD ($AB \parallel CD$), ak $a = |AB| = 10$ cm, $b = |BC| = 5$ cm, $c = |CD| = 6$ cm a uhlopriečka $e = |AC| = 8$ cm.



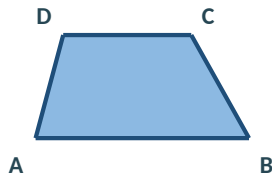
b) Zo základní, uhla pri základni a dĺžky príslušného ramena (a, c, α, d)

Postup: 1) zostrojíme základňu $AB = a$; 2) v bode A zostrojíme uhol α (medzi AB a AD); 3) na jeho rameno naniesieme dĺžku d , čím získame bod D; 4) bodom D vedieme rovnobežku s AB a naniesieme na ňu základňu c smerom k B, čím získame bod C; 5) spojíme C s B.

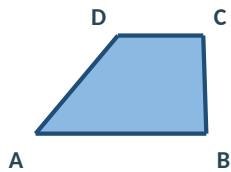
60. Zostroj lichobežník ABCD ($AB \parallel CD$), ak $a = |AB| = 9$ cm, $c = |CD| = 5$ cm, uhol pri základni $\alpha = \angle DAB = 60^\circ$ a rameno $d = |AD| = 4$ cm.



61. Zostroj lichobežník ABCD ($AB \parallel CD$), ak $a = |AB| = 10$ cm, $c = |CD| = 6$ cm, uhol pri základni $\alpha = \angle DAB = 75^\circ$ a rameno $d = |AD| = 5$ cm.



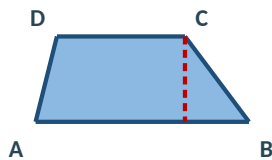
62. Zostroj lichobežník ABCD ($AB \parallel CD$), ak $a = |AB| = 8$ cm, $c = |CD| = 4$ cm, uhol pri základni $\alpha = \angle DAB = 50^\circ$ a rameno $d = |AD| = 6$ cm.



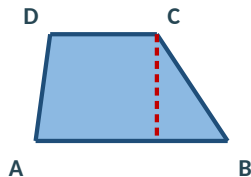
c) Zo základní, dĺžky ramena a výšky (a, c, b, v)

Postup: 1) zostrojíme základňu $AB = a$; 2) rovnobežne s AB , vo vzdialenosti v , zostrojíme priamku; 3) na nej nájdeme bod C tak, aby $|BC| = b$ (kružnica so stredom B a polomerom b pretne rovnobežku); 4) na tej istej priamke nanesieme od C základňu c smerom k A , čím získame bod D .

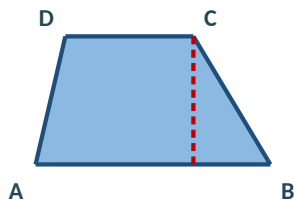
63. Zostroj lichobežník ABCD ($AB \parallel CD$), ak $a = |AB| = 10$ cm, $c = |CD| = 6$ cm, rameno $b = |BC| = 5$ cm a výška $v = 4$ cm.



64. Zostroj lichobežník ABCD ($AB \parallel CD$), ak $a = |AB| = 9$ cm, $c = |CD| = 5$ cm, rameno $b = |BC| = 6$ cm a výška $v = 5$ cm.



65. Zostroj lichobežník ABCD ($AB \parallel CD$), ak $a = |AB| = 11$ cm, $c = |CD| = 6$ cm, rameno $b = |BC| = 7$ cm a výška $v = 6$ cm.



6) Obvod a obsah lichobežníka

$$S = [(a + c) : 2] \cdot v \quad o = a + b + c + d$$

66. Lichobežník má základne $a = 10$ cm, $c = 6$ cm a výšku $v = 4$ cm. Vypočítaj jeho obsah.

67. Lichobežník má základne $a = 12$ cm, $c = 8$ cm a výšku $v = 5$ cm. Vypočítaj jeho obsah.

68. Lichobežník má základne $a = 14$ cm, $c = 10$ cm a výšku $v = 6$ cm. Vypočítaj jeho obsah.

69. Lichobežník má základne $a = 8$ cm, $c = 4$ cm a výšku $v = 3$ cm. Vypočítaj jeho obsah.

70. Lichobežník má základne $a = 16$ cm, $c = 10$ cm a výšku $v = 7$ cm. Vypočítaj jeho obsah.

Teraz naopak – poznáš obsah, hľadáš základňu alebo výšku:

71. Lichobežník má obsah $S = 32$ cm², základňu $a = 10$ cm a výšku $v = 4$ cm. Vypočítaj základňu c .

72. Lichobežník má obsah $S = 50$ cm², základňu $c = 8$ cm a výšku $v = 5$ cm. Vypočítaj základňu a .

73. Lichobežník má obsah $S = 72$ cm², základňu $a = 14$ cm a výšku $v = 6$ cm. Vypočítaj základňu c .

74. Lichobežník má obsah $S = 18$ cm², základňu $c = 4$ cm a výšku $v = 3$ cm. Vypočítaj základňu a .

75. Lichobežník má obsah $S = 91$ cm², základňu $a = 16$ cm a výšku $v = 7$ cm. Vypočítaj základňu c .

76. Lichobežník má strany $a = 10$ cm, $b = 5$ cm, $c = 6$ cm, $d = 5$ cm. Vypočítaj jeho obvod.

77. Lichobežník má strany $a = 12$ cm, $b = 6$ cm, $c = 8$ cm, $d = 7$ cm. Vypočítaj jeho obvod.

78. Lichobežník má strany $a = 14$ cm, $b = 7$ cm, $c = 10$ cm, $d = 6$ cm. Vypočítaj jeho obvod.

79. Lichobežník má strany $a = 8$ cm, $b = 4$ cm, $c = 4$ cm, $d = 5$ cm. Vypočítaj jeho obvod.

80. Lichobežník má strany $a = 16$ cm, $b = 8$ cm, $c = 10$ cm, $d = 9$ cm. Vypočítaj jeho obvod.

81. Lichobežník má strany $a = 9$ cm, $b = 5$ cm, $c = 5$ cm, $d = 4$ cm. Vypočítaj jeho obvod.

82. Lichobežník má strany $a = 20$ cm, $b = 9$ cm, $c = 12$ cm, $d = 8$ cm. Vypočítaj jeho obvod.

83. Lichobežník má strany $a = 11$ cm, $b = 6$ cm, $c = 7$ cm, $d = 5$ cm. Vypočítaj jeho obvod.

84. Lichobežník má strany $a = 15$ cm, $b = 8$ cm, $c = 9$ cm, $d = 7$ cm. Vypočítaj jeho obvod.

85. Lichobežník má strany $a = 13$ cm, $b = 6$ cm, $c = 7$ cm, $d = 6$ cm. Vypočítaj jeho obvod.

7) Lichobežník a rovnobežník – slovné úlohy

86. Záhon má tvar obdĺžnika s rozmermi $8\text{ m} \times 5\text{ m}$. Koľko m^2 trávy naň treba vysiať: _____
87. Pozemok má tvar lichobežníka so základňami 30 m a 20 m a výškou 15 m . Aký je jeho obsah: _____
88. Strecha má tvar trojuholníka so základňou 10 m a výškou 4 m . Aký je obsah jednej strany strechy: _____
89. Okolo obdĺžnikového záhonu s rozmermi $12\text{ m} \times 7\text{ m}$ sa stavia plot. Koľko metrov plotu treba: _____
90. Kosodĺžnikové pole má stranu $a = 200\text{ m}$ a výšku $v = 80\text{ m}$. Aký je jeho obsah v m^2 a koľko je to hektárov ($1\text{ ha} = 10\,000\text{ m}^2$): _____
91. Lichobežníkový pozemok má základne 50 m a 30 m a výšku 20 m . Aký je jeho obsah: _____
92. Trojuholníková plachta lode má základňu 6 m a výšku 4 m . Aký je jej obsah: _____
93. Kosoštvorcový pozemok má stranu 45 m . Aký je jeho obvod: _____
94. Obdĺžnikový bazén má rozmery $25\text{ m} \times 10\text{ m}$. Aký je obsah jeho hladiny: _____
95. Lichobežníkové ihrisko má základne 40 m a 25 m , ramená 22 m a 20 m . Aký je jeho obvod: _____
96. Trojuholníkový pozemok má základňu 18 m a výšku 12 m . Aký je jeho obsah vároch ($1\text{ ár} = 100\text{ m}^2$): _____
97. Kosodĺžnik má strany $a = 6\text{ m}$, $b = 4\text{ m}$ a výšku $v = 3\text{ m}$. Vypočítaj jeho obvod aj obsah.
98. Trávnik v tvare lichobežníka so základňami 25 m a 15 m a výškou 10 m sa osieva za cenu 3 € za m^2 . Koľko stojí osiatie celého trávniku: _____
99. List papiera má rozmery $30\text{ cm} \times 21\text{ cm}$. Aký je jeho obsah v cm^2 : _____
100. Rovnoramenný lichobežník má základne 14 cm a 6 cm , obe ramená sú po 5 cm . Aký je jeho obvod: _____

Poznámka: pracovný list pokrýva podtémy „Ravnobežník“, „Obvod a obsah ravnobežníka“, „Obsah trojuholníka“, „Lichobežník“, „Konštrukcia lichobežníka“, „Obvod a obsah lichobežníka“ a „Lichobežník a ravnobežník – slovné úlohy“.

Riešenia

1) Rovnobežník – porovnanie vlastností

1. áno
2. áno
3. nie, len protiľahlé
4. nie, len protiľahlé
5. áno
6. vo všeobecnosti nie
7. áno
8. nie
9. áno
10. vo všeobecnosti nie
11. áno
12. áno
13. vo všeobecnosti nie
14. štvorec
15. kosoštvorec

2) Obvod a obsah rovnobežníka

16. $o = 4 \cdot 6 = 24 \text{ cm}$
17. $o = 2 \cdot (8 + 5) = 26 \text{ cm}$
18. $o = 4 \cdot 7 = 28 \text{ cm}$
19. $o = 2 \cdot (9 + 4) = 26 \text{ cm}$
20. $o = 4 \cdot 12 = 48 \text{ cm}$
21. $o = 2 \cdot (15 + 6) = 42 \text{ cm}$
22. $o = 4 \cdot 10 = 40 \text{ cm}$
23. $o = 2 \cdot (11 + 7) = 36 \text{ cm}$
24. $o = 4 \cdot 9 = 36 \text{ cm}$
25. $o = 2 \cdot (20 + 3) = 46 \text{ cm}$
26. $S = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$
27. $S = 8 \cdot 5 = 40 \text{ cm}^2$
28. $S = 7 \cdot 5 = 35 \text{ cm}^2$
29. $S = 9 \cdot 4 = 36 \text{ cm}^2$
30. $S = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$
31. $a = \sqrt{49} = 7 \text{ cm}$
32. $b = 48 : 8 = 6 \text{ cm}$
33. $v = 42 : 7 = 6 \text{ cm}$
34. $a = 77 : 7 = 11 \text{ cm}$
35. $a = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$

3) Obsah trojuholníka

36. $S = (8 \cdot 5) : 2 = 20 \text{ cm}^2$
37. $S = (10 \cdot 6) : 2 = 30 \text{ cm}^2$
38. $S = (12 \cdot 4) : 2 = 24 \text{ cm}^2$
39. $S = (6 \cdot 9) : 2 = 27 \text{ cm}^2$
40. $S = (14 \cdot 5) : 2 = 35 \text{ cm}^2$
41. $v = 2 \cdot 20 : 8 = 5 \text{ cm}$
42. $a = 2 \cdot 30 : 6 = 10 \text{ cm}$

43. $v = 2 \cdot 24 : 12 = 4 \text{ cm}$

44. $a = 2 \cdot 27 : 9 = 6 \text{ cm}$

45. $v = 2 \cdot 35 : 14 = 5 \text{ cm}$

4) Lichobežník – vlastnosti a typy

46. základne

47. ramená

48. kolmá vzdialenosť medzi oboma základňami

49. keď sú jeho ramená zhodné (rovnako dlhé)

50. keď zvierajú jedno rameno so základňami pravý uhol

51. všeobecný

52. pravouhlý

53. rovnoramenný

54. všeobecný

55. rovnoramenný

5) Konštrukcia lichobežníka

56. Trojuholník ABC ($a=6.5 \text{ cm}$, $b=3 \text{ cm}$, $e=5 \text{ cm}$) zostrojený metódou SSS; výška lichobežníka vychádza $v \approx 2.22 \text{ cm}$, rameno $d = |AD| \approx 2.43 \text{ cm}$.

57. Trojuholník ABC ($a=8 \text{ cm}$, $b=4 \text{ cm}$, $e=6 \text{ cm}$) zostrojený metódou SSS; výška lichobežníka vychádza $v \approx 2.90 \text{ cm}$, rameno $d = |AD| \approx 2.92 \text{ cm}$.

58. Trojuholník ABC ($a=9 \text{ cm}$, $b=4 \text{ cm}$, $e=7 \text{ cm}$) zostrojený metódou SSS; výška lichobežníka vychádza $v \approx 2.98 \text{ cm}$, rameno $d = |AD| \approx 3.27 \text{ cm}$.

59. Trojuholník ABC ($a=10 \text{ cm}$, $b=5 \text{ cm}$, $e=8 \text{ cm}$) zostrojený metódou SSS; výška lichobežníka vychádza $v \approx 3.96 \text{ cm}$, rameno $d = |AD| \approx 4.07 \text{ cm}$.

60. Výška lichobežníka $v = d \cdot \sin \alpha = 4 \cdot \sin 60^\circ \approx 3.46 \text{ cm}$; vychádzajúce rameno $b = |BC| \approx 4.00 \text{ cm}$.

61. Výška lichobežníka $v = d \cdot \sin \alpha = 5 \cdot \sin 75^\circ \approx 4.83 \text{ cm}$; vychádzajúce rameno $b = |BC| \approx 5.54 \text{ cm}$.

62. Výška lichobežníka $v = d \cdot \sin \alpha = 6 \cdot \sin 50^\circ \approx 4.60 \text{ cm}$; vychádzajúce rameno $b = |BC| \approx 4.60 \text{ cm}$.

63. Vodorovný posun ramena BC: $\sqrt{(b^2 - v^2)} = \sqrt{(5^2 - 4^2)} \approx 3.00 \text{ cm}$; vychádzajúce rameno $d = |AD| \approx 4.12 \text{ cm}$.

64. Vodorovný posun ramena BC: $\sqrt{(b^2 - v^2)} = \sqrt{(6^2 - 5^2)} \approx 3.32 \text{ cm}$; vychádzajúce rameno $d = |AD| \approx 5.05 \text{ cm}$.

65. Vodorovný posun ramena BC: $\sqrt{(b^2 - v^2)} = \sqrt{(7^2 - 6^2)} \approx 3.61 \text{ cm}$; vychádzajúce rameno $d = |AD| \approx 6.16 \text{ cm}$.

6) Obvod a obsah lichobežníka

66. $S = [(10+6):2] \cdot 4 = 32 \text{ cm}^2$

67. $S = [(12+8):2] \cdot 5 = 50 \text{ cm}^2$

68. $S = [(14+10):2] \cdot 6 = 72 \text{ cm}^2$

69. $S = [(8+4):2] \cdot 3 = 18 \text{ cm}^2$

70. $S = [(16+10):2] \cdot 7 = 91 \text{ cm}^2$

71. $c = 2 \cdot 32 : 4 - 10 = 6 \text{ cm}$

72. $a = 2 \cdot 50 : 5 - 8 = 12 \text{ cm}$

73. $c = 2 \cdot 72 : 6 - 14 = 10 \text{ cm}$

74. $a = 2 \cdot 18 : 3 - 4 = 8 \text{ cm}$

75. $c = 2 \cdot 91 : 7 - 16 = 10 \text{ cm}$

76. $o = 10+5+6+5 = 26 \text{ cm}$

77. $o = 12+6+8+7 = 33 \text{ cm}$

78. $o = 14+7+10+6 = 37 \text{ cm}$

79. $o = 8+4+4+5 = 21 \text{ cm}$

80. $o = 16+8+10+9 = 43 \text{ cm}$

81. $o = 9+5+5+4 = 23 \text{ cm}$

82. $o = 20+9+12+8 = 49 \text{ cm}$

83. $o = 11+6+7+5 = 29 \text{ cm}$

84. $o = 15+8+9+7 = 39 \text{ cm}$

85. $o = 13+6+7+6 = 32 \text{ cm}$

7) Lichobežník a rovnobežník – slovné úlohy

86. 40 m^2

87. 375 m^2

88. 20 m^2

89. 38 m

90. $16\,000 \text{ m}^2 = 1,6 \text{ ha}$

91. 800 m^2

92. 12 m^2

93. 180 m

94. 250 m^2

95. 107 m

96. $108 \text{ m}^2 = 1,08 \text{ áru}$

97. $o = 20 \text{ m}, S = 18 \text{ m}^2$

98. 600 €

99. 630 cm^2

100. 30 cm